

CAMBIOS EN LOS NIVELES DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE  
MULTIPLICACIÓN EN ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO LUEGO DE LA  
APLICACIÓN DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA

Mayra Zulima Betancourt Agudelo

Juan Pablo Villada Moreno

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Educación

Maestría en Educación

Pereira- Risaralda

2019

CAMBIOS EN LOS NIVELES DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE  
MULTIPLICACIÓN EN ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO LUEGO DE LA  
APLICACIÓN DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA

Presentado por:

Mayra Zulima Betancourt Agudelo

Juan Pablo Villada Moreno

Asesor:

Mg. Yoany Andrés Patiño Franco

Trabajo presentado para optar al título de Magíster en Educación

Universidad Tecnológica De Pereira

Facultad De Educación

Maestría En Educación

Pereira- Risaralda

2019

## **Agradecimientos**

A nuestros docentes, compañeros, familiares y todos aquellos que de una manera u otra hicieron parte de este proceso.

A nuestro asesor Mg. Yoany Andrés Patiño Franco, quien con su esmero aportó a la conclusión del proyecto.

A nuestros estudiantes y acudientes quienes nos permitieron la ejecución de la propuesta desarrollada.

## Tabla de contenido

Introducción	13
1. Ámbito problémico	15
1.1. Formulación del problema de investigación	15
1.2. Justificación	19
1.3. Objetivos	22
1.3.1. General	22
1.3.2. Específicos	22
2. Antecedentes	23
3. Marco Teórico	29
3.1. Competencias matemáticas	30
3.2. La solución de problemas	32
3.2.1. La resolución de problemas.	37
3.2.2. Pólya y su método heurístico	40
3.2.2.1. Pólya y sus cuatro pasos para la resolución de problemas matemáticos.	41
3.3. Niveles en la resolución de problemas	43
3.4. Las unidades didácticas	46
4. Metodología	49
4.1. Tipo de investigación	49



4.2.	Estudio de caso	50
4.3.	Diseño metodológico	53
4.4.	Unidad de trabajo	54
4.5.	Unidad de análisis	54
4.6.	Instrumentos	55
4.7.	Categorías de análisis	56
4.7.1.	Resolución de problemas	56
4.7.2.	Niveles de resolución de problemas	56
4.8.	Plan de análisis	57
4.9.	Cronograma	58
5.	Análisis e interpretación de los resultados	60
5.1.	Resultados niveles iniciales de resolución de problemas	60
5.1.1.	Análisis del estudiante 1 (E1), instrumento inicial	63
5.1.2.	Análisis del estudiante 2 (E2), instrumento inicial	67
5.1.3	Análisis del estudiante 3 (E3), instrumento inicial.	69
5.1.4.	Análisis del estudiante 4 (E4), instrumento inicial	71
5.2.	Análisis de los niveles de resolución de problemas de los estudiantes para el instrumento final.	73
5.2.1.	Análisis del estudiante 1 (E1), instrumento final	74
5.2.2.	Análisis del estudiante 2 (E2), instrumento final	77

5.2.3	Análisis del estudiante 3 (E3), instrumento final	81
5.2.4.	Análisis del estudiante 4 (E4), instrumento final	82
5.3.	Análisis comparativo de los niveles iniciales y finales de resolución de problemas	
	84	
5.3.1.	Comprensión	90
5.3.2.	Concebir un plan	90
5.3.3.	Ejecutar el plan	91
5.3.4.	Mirar hacia atrás	92
6.	Conclusiones	93
7.	Recomendaciones	96
8.	Referencias Bibliográficas	98
	Anexos	103

## Lista de tablas

<b>Tabla 1.</b> Pasos de resolución de problemas.....	56
<b>Tabla 2.</b> Niveles de resolución de problemas. ....	56
<b>Tabla 3.</b> Cronograma de actividades de intervención. ....	58
<b>Tabla 4.</b> Resultados iniciales.....	62
<b>Tabla 5.</b> Niveles iniciales de resolución de problemas. ....	62
<b>Tabla 6.</b> Pasos iniciales de resolución de problemas. ....	63
<b>Tabla 7.</b> Resultados finales. ....	73
<b>Tabla 8.</b> Niveles finales de resolución de problemas.....	74
<b>Tabla 9.</b> Pasos finales de resolución de problemas.....	74

## Lista de figuras

Figura 1. Histórico de los niveles de los estudiantes de la Institución Educativa Agrícola La Florida en las pruebas SABER 5° en el área de matemáticas. ....	16
Figura 2. Diseño de la investigación. ....	53
Figura 3. Respuesta estudiante E1 a la P1. ....	64
Figura 4. Respuesta del E1 a P 5.2. ....	65
Figura 5. Respuesta del E1 a la P 6. ....	65
Figura 6. Respuesta E 2 a la P 2. ....	67
Figura 7. Respuesta del E 2 a la P 4. ....	68
Figura 8. Respuesta del E2 a la P 4 del instrumento. ....	69
Figura 9. Operación empleada en la P2 y P4 respectivamente. ....	70
Figura 10. Respuesta del E 3 al P 6. ....	70
Figura 11. Respuesta del E 3 a la P 3. ....	72
Figura 12. Respuesta del E 3 a la P 6. ....	72
Figura 13. Respuesta del E1 a la P1. ....	75
Figura 14. Respuesta del E 1 a la P5 y P 5.1 ....	75
Figura 15. Respuesta del E 1 a la P 6. ....	76
Figura 16. Respuesta del E 2 a la P 2. ....	77
Figura 17. Respuesta del E 2 a la P 3. ....	78
Figura 18. Respuesta del E 2 a la P 4. ....	78
Figura 19. Respuesta del E 2 a la P 6. ....	79
Figura 20. Respuesta del E2 a la pregunta sobre comprensión del problema. ....	80

Figura 21. Respuesta E 3 a la P 6.....	81
Figura 22. Respuesta del E 4 a la P 6.....	82
Figura 23. Respuesta del E 4 a las preguntas del instrumento final. ....	83
Figura 24. Niveles de resolución de problemas instrumento inicial y final.....	85
Figura 25. Pasos de resolución de problemas instrumento inicial y final.....	86
Figura 26. Comparación de respuestas del E 2 a la P 2 en el instrumento inicial y final. ....	87
Figura 27. Respuesta E 1 Y E 3 a la P 6 instrumento inicial. ....	88
Figura 28. Respuesta a la P 6 instrumento final.....	88

## Lista de anexos

Anexo A. Instrumento inicial y final. ....	103
Anexo B. Unidad didáctica. ....	108
Anexo C. Instrumento inicial E 1. ....	125
Anexo D. Instrumento inicial E 2. ....	139
Anexo E. Instrumento inicial E 3. ....	151
Anexo F. Instrumento inicial E 4. ....	163
Anexo G. Instrumento final E 1. ....	175
Anexo H. Instrumento final E 2. ....	189
Anexo I. Instrumento final E 3. ....	203
Anexo J. Instrumento final E 4. ....	217

## Resumen

La presente investigación surge con el fin de evidenciar los procesos usados por los estudiantes de grado quinto de una escuela rural de Santa Rosa de Cabal en la resolución de problemas, teniendo como objetivo general la identificación de los niveles de resolución de problemas antes y después de la implementación de una unidad didáctica. El estudio se realizó bajo un enfoque cualitativo, con un diseño cuasi experimental, basado en la estrategia de estudio de caso descriptiva, aplicando un instrumento inicial y final conformado por preguntas enfocadas a la resolución de problemas. Los resultados obtenidos sugieren que la resolución de problemas a través de procesos guiados brinda herramientas al estudiante para el desarrollo y progreso en las habilidades. Además, se presenta el análisis de cada uno de los estudiantes investigados con sus respectivos niveles de desarrollo.

**Palabras Clave:** resolución de problemas, niveles en la resolución de problemas, unidad didáctica.

### **Abstract**

The present investigation arises with the purpose of evidencing the processes used by fourth grade students of a rural school in Santa Rosa de Cabal towards problem solving, with the general objective of identifying the levels of problem solving that students have before and after the implementation of a didactic unit.

The study was carried out under a qualitative approach, with a quasi-experimental design, based on the descriptive case study strategy, applying an initial and final instrument consisting of questions focused on problem solving.

The results obtained suggest that problem solving through guided processes provides the student with tools for the development and progress in skills. In addition, the analysis of each of the children investigated with their respective levels of development is presented.

**Keywords:** problem solving; levels in problem solving.



## **Introducción**

Los resultados que ha obtenido Colombia en las pruebas estandarizadas nacionales e internacionales para medir el nivel educativo de la población, como son las pruebas SABER Y PISA respectivamente, han mostrado con preocupación las grandes falencias que presenta nuestros estudiantes en cuanto al desarrollo de las competencias necesarias para enfrentar este tipo de pruebas, en especial lo que se refiere al área de matemáticas. Es así como los bajos resultados evidencian dificultades en el desarrollo de procesos de pensamiento lógico-matemáticos, que permitan a los estudiantes comprender y solucionar situaciones problema, no solamente en el espacio académico, sino también su aplicación en la vida cotidiana, superando el aprendizaje memorístico, mecánico y descontextualizado.

Partiendo de lo anterior, el presente proyecto de investigación parte de los bajos resultados obtenidos, por los estudiantes de la Institución Educativa Agrícola La Florida en las pruebas SABER, particularmente en el área de matemáticas debido a la dificultad que presentan para resolver problemas, lo cual es considerado como uno de los procesos generales contemplados en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas propuestos desde el MEN (1998), “los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos”. (p.19).

Atendiendo a estas orientaciones y con el propósito de desarrollar en los estudiantes las competencias necesarias para solucionar situaciones problemática con estructura

multiplicativa, se propone el diseño, aplicación y evaluación de una Unidad Didáctica, basada en el método Heurístico propuestos por Pólya (1965) y los cuatro pasos para enseñar a los estudiantes a resolver problemas: comprender el enunciado, elaborar un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva o revisar e interpretar el resultado. Además, se tiene en cuenta los cinco niveles en la resolución de problemas propuestos por Tamayo et al. (2014, p. 190) como criterios para realizar el análisis de la información antes y después de aplicada la unidad didáctica.

Finalmente, el trabajo se encuentra enmarcado dentro del método de investigación cualitativa de tipo estudio de caso, por considerarse pertinente para el propósito investigativo, debido a que el interés está centrado en caracterizar, analizar y describir los resultados obtenidos de los instrumentos iniciales y finales aplicadas a 4 estudiantes del grado cuarto de básica primaria en el sector rural en el municipio de Santa Rosa de Cabal, en los cuales los estudiantes inicialmente utilizan sus saberes previos sobre resolución de problemas y operaciones propias de las matemáticas, y al final después de la intervención con la unidad didáctica resuelven la prueba para demostrar los aprendizajes adquiridos y nivel desarrollado de resolución de problemas.

## **1. Ámbito problémico**

### **1.1. Formulación del problema de investigación**

En la actualidad se aplican diversas pruebas estandarizadas, nacionales e internacionales, orientadas a medir las competencias de los estudiantes colombianos, en el marco de una educación para el trabajo: SABER, PISA, SERCE y TIMSS. Estas pruebas tienen como objetivo, entre otros aspectos, monitorear el sistema educativo y establecer los niveles de calidad de la educación con el fin de tomar decisiones para mejorar los procesos educativos y contribuir al desarrollo económico del país (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 2006).

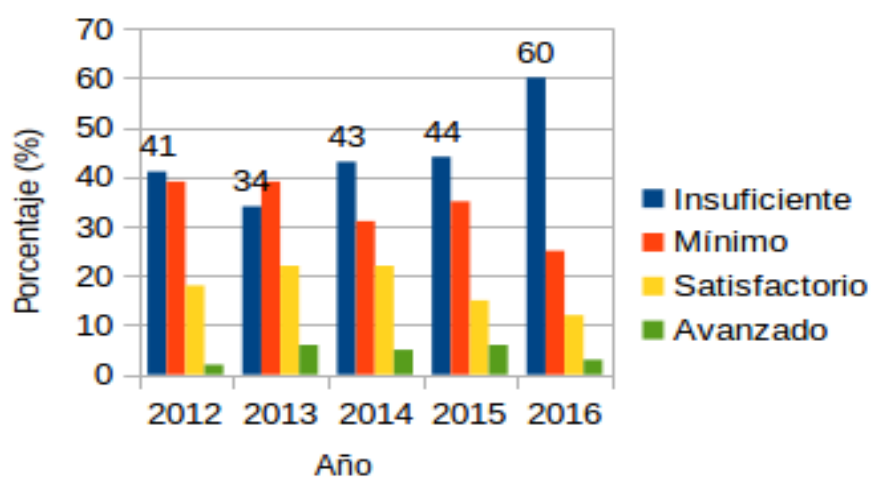
Una de estas pruebas, aplicada a los estudiantes en diferentes momentos del proceso educativo, es la prueba estatal SABER. “Esta prueba evalúa los conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes, las comprensiones y disposiciones específicas en las áreas de lenguaje y matemáticas; dicho de otra forma, evalúa los niveles de competencia de los estudiantes en las áreas de lenguaje y matemáticas” (MEN, 2003, p. 7).

En particular, en cuanto a la competencia matemática se refiere, la prueba se enfoca a indagar el razonamiento y la argumentación; la comunicación, representación y modelación; así como el planteamiento y resolución de problemas. “La evaluación de estos elementos, llamados sub-competencias, pretende determinar cómo utilizan los estudiantes su saber en contextos más amplios y diversos que su aula de clase” (MEN, 2003, p. 8). Por ejemplo, en lo que al conocimiento de las operaciones matemáticas básicas se refiere, la prueba indaga sobre el uso que los estudiantes les dan a estas subcompetencias más allá de la simple memorización de reglas o tablas.

Con esto en mente, al hacer una revisión de los resultados históricos de los puntajes alcanzados por los estudiantes de la Institución Educativa Agrícola La Florida, Código DANE: 266682000015, en el área de matemáticas para las pruebas SABER 5°, es posible apreciar que los resultados son bajos en todos los casos al compararlos con establecimientos similares, presentando además un alto porcentaje de estudiantes por debajo del nivel mínimo. La siguiente figura muestra estos resultados históricos.

*Figura 1.* Histórico de los niveles de los estudiantes de la Institución Educativa Agrícola La Florida en las pruebas SABER 5° en el área de matemáticas.

	Nivel alcanzado y porcentaje			
Año	Insuficiente	Mínimo	Satisfactorio	Avanzado
2012	41	39	18	2
2013	34	39	22	6
2014	43	31	22	5
2015	44	35	15	6
2016	60	25	12	3



Fuente: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación – ICFES.

Aunque estos datos, ofrecidos por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación – ICFES, corresponden a los resultados globales para la Institución Educativa Agrícola La Florida, abarcan a la sede San Martín de Porres que es de nuestro interés por ser el lugar donde labora uno de los autores de este trabajo.

En la figura 1 es posible apreciar más fácilmente que parece existir una tendencia en cuanto al aumento de estudiantes en el nivel de insuficiente, con el respectivo descenso en los otros niveles.

También es posible observar que la suma de estudiantes en los niveles de Insuficiente y Mínimo es muy superior a la suma de los estudiantes en los niveles Satisfactorio y Avanzado. Incluso, a partir de la tendencia que se aprecia en los datos expuestos, se podría suponer que el número de estudiantes que muestran niveles bajos de competencia matemática podría seguir aumentando en años posteriores.

Ya al interior de la clase de matemáticas en la Institución Educativa Agrícola la Florida es posible ver que los estudiantes de grado quinto experimentan una gran dificultad al tener que identificar el tipo de operación básica que deben utilizar para la resolución de problemas. Esta dificultad se evidencia al revisar los resultados de la aplicación de una prueba con situaciones problema tomadas de las pruebas SABER 5°, la cual se presenta en el Anexo 1.

Una revisión de las respuestas aportadas por los estudiantes nos permite suponer que la forma en que los estudiantes enfrentan los problemas matemáticos es completamente coherente con lo manifestado por Botero, Andrade y Andrade (2011) en cuanto a que, ante el enunciado de un problema en el que se incluya un par de números y la pregunta «

¿¡Cuánto!...?», los estudiantes utilizan de forma inmediata, y sin que medie reflexión alguna, la operación de multiplicación.

Este uso automático de la multiplicación en la resolución de problemas, y la aplicación descontextualizada del conocimiento matemático acerca de las operaciones matemáticas básicas, parecería tener alguna correlación con los resultados en las pruebas estatales SABER.

Una conclusión rápida de los análisis previos sobre los resultados de las pruebas SABER y las pruebas de aula, parece indicarnos que, si bien los estudiantes que se encuentran en quinto grado pueden dar cuenta del manejo de las operaciones matemáticas básicas y las tablas de multiplicar, la gran mayoría de ellos no logra emplear adecuadamente dicho conocimiento en la resolución de problemas.

En este trabajo es nuestro interés seguir esa línea de indagación con el fin de determinar si un mejor reconocimiento de los estudiantes acerca del uso de las operaciones básicas matemáticas, y en especial de la operación de multiplicación, afecta positivamente la forma en que estos enfrentan el proceso de planificación dentro del proceso de resolución de problemas.

Tomando en cuenta lo anteriormente expuesto nos planteamos la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles son los cambios en los niveles de resolución de problemas sobre multiplicación que alcanzan los estudiantes de grado quinto luego de la aplicación de una unidad didáctica?

## **1.2.Justificación**

De acuerdo con la dificultad que se ha evidenciado en los últimos años en el área de matemáticas, ya que es una asignatura la cual no aprueban un número significativo de estudiantes, esto debido a la apatía hacia la asignatura y además en la mayoría de ocasiones considerada como incomprensible e inalcanzable, llevando así al estudiante a la mera mecanización y memorización y no a la comprensión de conceptos.

Dentro de los Lineamientos Curriculares del MEN (1998), se plantea que “la matemática escolar debe promover el desarrollo del pensamiento matemático, el cual posibilita al estudiante describir, organizar, interpretar y relacionarse con determinadas situaciones a través de la matemática; en otras palabras, un pensamiento que facilita matematizar la realidad”. (p. 12)

Por ello, la investigación de George Pólya al abordar un enfoque de formulación y resolución de problemas como eje orientador de la actividad pedagógica, incluyendo en ella la evaluación, contribuyen al desarrollo del pensamiento matemático, pues los problemas se conciben como situaciones en las que los estudiantes identifican, seleccionan y usan estrategias pertinentes y adecuadas para obtener soluciones válidas en el contexto matemático.

Dentro del documento “¿Cómo es la evaluación en matemáticas?” (ICFES, 2005) se indica que la solución de problemas vista como herramienta básica, ha llevado a que los problemas sean usados específicamente después de teorizar, como la aplicación de un concepto matemático a una tarea específica, en donde se lleva a hacer procesos operativos.

Además, dentro del documento se plantea otra segunda concepción

Los problemas son una actividad compleja, es decir, una actividad que involucra procesos cognitivos superiores como visualización, asociación, abstracción, comprensión, manipulación, razonamiento, análisis, síntesis y generalización. Al respecto, algunos estudios sobre la forma en que los estudiantes resuelven problemas, han demostrado que la reflexión que éste hace de sus propias acciones ligadas a este proceso, posibilita la modificación de sus estructuras cognitivas. (ICFES, 2005, p. 2)

Es por ello, que las pruebas de matemáticas asumen la segunda concepción, ya que el problema lleva a que el estudiante ponga en juego diferentes procesos para su resolución, así, el resolver un problema implica la interacción entre la experiencia previa, el conocimiento y la percepción que permitirán la reestructuración de conceptos y procesos operativos.

Además, se considera importante resaltar lo que plantea Schoenfeld (s.f.) (citado en ICFES, 2003, p. 5) al respecto explica que en la resolución de problemas intervienen, por lo menos, aspectos como los recursos matemáticos, las estrategias heurísticas, la autorregulación o monitoreo, el control del proceso de solución, y las ideas y creencias acerca de las matemáticas; es decir, resolver un problema requiere poner en acción el sentido construido alrededor de los conceptos matemáticos, “poner en uso la matemática”; en dicha relación se construyen una o varias soluciones, en las que son válidas diferentes estrategias o planes de acción.

También, basados en la información de las pruebas SABER en matemáticas, ya que estas evalúan las competencias en dicha área, donde se evidencia las formas de proceder desde el concepto y estructura de la matemática por parte de los estudiantes. Es por ello, que la propuesta didáctica presentada centrada en la multiplicación y los estudios de



George Pólya, nos permitirá mejorar los procesos de resolución de problemas matemáticos presentados.

Es por ello, que de acuerdo al análisis de los resultados de las PRUEBAS SABER 2005, en la competencia de resolución de problemas matemáticos del nivel D, que hace parte de problemas no rutinarios, fueron de mayor dificultad para los estudiantes, por esto se considera necesaria la implementación de la propuesta de Pólya y de aplicar el instrumento inicial basado en preguntas de las pruebas saber e identificar el nivel de competencia de los estudiantes.

Teniendo en cuenta lo anterior se considera pertinente aplicar la propuesta de George Pólya del método heurístico para la resolución de problemas matemáticos en el grado quinto de básica primaria, ya que este método enfatiza en los procesos de descubrimiento que llevan al estudiante a la reflexión y al análisis, a elaborar hipótesis o posibles alternativas de solución de un problema. Además, el método es considerado eficaz para despertar el interés e involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos.

Además los niveles de resolución de problemas propuestos por Tamayo, se consideran pertinentes ya que permitirán evidenciar el antes y el después de cada uno de los estudiantes que serán intervenidos, permitiendo así fortalecer la habilidad resolutive de los estudiantes en pro de los resultados individuales e institucionales en las pruebas saber.

### **1.3.Objetivos**

#### **1.3.1. General**

Caracterizar los cambios en los niveles de resolución de problemas sobre multiplicación que alcanzan los estudiantes de grado quinto luego de la implementación de una unidad didáctica.

#### **1.3.2. Específicos**

- Identificar los niveles de resolución de problemas iniciales que tienen los estudiantes sobre la multiplicación.
- Promover procesos de resolución de problemas mediante el diseño y la implementación de una unidad didáctica.
- Describir el cambio en los niveles de resolución de problemas sobre multiplicación luego de aplicada la unidad didáctica.

## 2. Antecedentes

Dentro del proyecto de investigación se realizó la búsqueda de trabajos, publicaciones e investigaciones que permitieran identificar qué procesos se han realizado que se asemejen a la propuesta presentada; dentro de esta búsqueda encontramos una serie de investigaciones.

La primera investigación alude al “Método heurístico en la resolución de problemas matemáticos” realizada por Valencia, Bedoya y Restrepo (2008), en donde presentan como objetivo utilizar el método heurístico de George Pólya para mejorar la capacidad de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de grado quinto de básica primaria.

Este objetivo, se desarrolló a través de la fundamentación teórica de Pólya, la identificación de las dificultades de los estudiantes, estrategias para aplicar la propuesta de Pólya y por último lograr validar el método a través de lo realizado con los estudiantes de grado quinto. Durante el desarrollo de esta investigación se encontraron con diferentes conclusiones evidenciadas a través del proceso; una de ellas es que a los estudiantes se les dificulta resolver un problema por la baja comprensión lectora que se presenta en los estudiantes.

Además, se observa claramente que los estudiantes realizan los procesos de resolución de problemas de manera mecánica, en donde solo quieren obtener resultados sin realizar análisis y comprensión del proceso desarrollado o necesario para la correcta solución. Mientras que, una vez aplicada la propuesta basada en los cuatro pasos de la teoría de Pólya, los estudiantes despiertan el interés por realizar cuidadosamente el problema, permitiéndoles así hacer mirada retrospectiva de los pasos realizados y tomar mejores decisiones para dar solución a los problemas propuestos.

Por lo anterior, encontramos que la relación con el proyecto de investigación es evidente pues buscamos mejorar los procesos de resolución de problemas en los estudiantes de grado quinto, partiendo de sus conocimientos previos y fundamentados en los cuatro pasos teóricos de Pólya. Al mismo tiempo, que se realizará una propuesta didáctica que permita a los estudiantes desprenderse de lo mecánico y llevarlos a interiorizar de manera consciente y coherente los procesos de resolución de problemas.

Otra de las propuestas que encontramos son “las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos” planteadas por Pérez y Beltrán (2009), en la revista Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, donde tiene como objetivo analizar las tendencias de resolución de problemas y proponer la alternativa de las estrategias heurísticas.

Dentro de esta investigación se recalca la importancia del trabajo de Alan Schoenfeld (1983), en el proceso de resolución de problemas, ya que, se fundamenta en las estrategias para propiciar espacios apropiados para la resolución de problemas, fundamentándose en los procesos y experiencias científicas enfocadas en la matemática.

Además, dentro de esta propuesta se evidencia cómo se aíslan creencias que los estudiantes poseen acerca de la resolución de problemas y que pueden afectar el aprendizaje de la resolución de problemas. Uno de ellos es que los estudiantes no logran resolver si previamente no han desarrollado uno igual, además siempre quieren dar una respuesta y realizar una operación básica.

De igual manera, dentro del documento Campistrous y Rizo (2002), proponen que la enseñanza por problemas en la práctica se puede confundir y no se tiene claridad de lo que se usa; es por ello que hacen la explicación de diferentes concepciones relacionados con la

enseñanza por problemas, como enseñanza problémica, la enseñanza basada en problemas y la enseñanza de la resolución de problemas.

Este último, se fundamenta en los trabajos realizados por Pólya y posteriormente por Schoenfeld, en donde reconoce las ideas de Pólya y considera cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas, estas son el dominio del conocimiento o recursos, los métodos heurísticos, las estrategias metacognitivas y el sistema de creencias.

Es por ello, que la relación que se identifica es la idea de tomar las cuatro dimensiones que propone Schoenfeld a la hora de realizar la propuesta didáctica y además, ser un fundamento teórico importante dentro de la propuesta realizada.

Así mismo, en cuanto a la resolución de problemas encontramos la investigación realizada por Mónica Boscán y Karen Klever en el año 2012 titulada “Metodología basada en el método heurístico de Pólya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos”, las autoras buscaron con esta investigación mejorar el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de grado séptimo.

En primer lugar empezaron a indagar utilizando pre test para darse cuenta la forma en que los estudiantes resolvían problemas matemáticos, para ello fueron empleados ejercicios tipo pruebas SABER, luego aplicaron una encuesta que determinó qué pasos del método heurístico de Pólya fueron empleados por los estudiantes, posteriormente aplicaron “una metodología basada en el método heurístico de Pólya” (Boscán y Klever, 2012) en la cual mediante actividades llevaron a los estudiantes a pensar en solucionar los problemas utilizando las etapas que plantea este autor, es así como finalmente las autoras aplicaron un pos test que contenía cinco problemas tipo pruebas SABER los cuales ubicaron de menor a mayor complejidad, cabe resaltar aquí que cada uno de los instrumentos aplicados a los

estudiantes fueron validados por expertos quienes dieron la aprobación de la metodología empleada.

El análisis de resultados de esta investigación se realizó tomando como referencia la capacidad que tienen los estudiantes para la resolución de problemas analizando cada uno de los pasos propuestos por Pólya como son: “comprensión del enunciado, concepción de un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva” (citado por Boscán y Klever, 2012, p. 14) en cada uno de estos se miró que estudiantes empezaron a emplear cada uno de estos pasos relacionando el pre test y pos test, encontrando que en el pre test los estudiantes resolvían los problemas sin analizar ni percatarse de que el procedimiento empleado fuera correcto, mientras que después de haber realizado la intervención utilizando las preguntas propuestas por Pólya para encaminar a los estudiantes a que realicen cada uno de los pasos mencionados anteriormente; en el pos test lograron evidenciar que un alto porcentaje de los estudiantes empezó a utilizarlos.

De esta manera las autoras concluyeron que la metodología empleada basada en el método heurístico de Pólya favoreció el aprendizaje en los estudiantes para la resolución de problemas, disminuyendo el nivel de insuficiente en estudiantes de grado séptimo objeto del estudio en la aplicación de las pruebas SABER.

El trabajo antes mencionado se relaciona con la investigación realizada en cuanto se busca mejorar el aprendizaje de los estudiantes mediante la resolución de problemas matemáticos después de aplicada una unidad didáctica a los estudiantes del grado cuarto.

En el mismo orden de ideas, en cuanto a la multiplicación se encontró una investigación parecida a la que se pretende hacer en este trabajo, la cual fue desarrollada por Olarte (2009) titulada “Trabajo en el aula para contribuir a la reconstrucción de la estructura

multiplicativa para estudiantes de grado quinto” el cual es una réplica del trabajo de grado de la autora cuyo objetivo fue ampliar y validar este.

Este trabajo se realizó en torno a la resolución de problemas como una manera de reestructurar el aprendizaje de la estructura multiplicativa en los estudiantes del grado quinto, la metodología de la investigación se llevó a cabo mediante una “fase exploratoria, fase comprensiva, fase interpretativa, fase propositiva” (Olarte Molano, 2003, p. 5), donde los estudiantes realizan representaciones de las situaciones problemáticas planteadas las cuales responden a subcategorías de la multiplicación, al mismo tiempo que se aplica actividades previamente piloteadas para contrastar un antes y después de los estudiantes.

De este modo en la investigación se llegó a la conclusión de que los estudiantes no contemplan diversas formas de solución a los problemas planteados puesto que utilizan inmediatamente una operación aprendida de forma mecánica para dar solución, de este modo se hizo evidente que los estudiantes necesitan que se les enseñe a resolver problemas haciendo uso de diversas estrategias y en ambientes contextualizados.

Hay que mencionar, además, que otra de las investigaciones a tener en cuenta es la realizada por Lizeth Medina Casallas en el año 2017, titulada “propuesta didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa”, esta investigación busca que los estudiantes relacionen los conocimientos matemáticos previos para generar nuevos aprendizajes y llevar a los estudiantes a un aprendizaje significativo.

El objetivo de esta es:

Evaluar el impacto de una secuencia didáctica basada en la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) en el proceso de aprendizaje significativo de estudiantes de grado tercero de nivel básico respecto a la estructura

multiplicativa a partir de la estructura aditiva. (Medina Casallas, 2017, p. 10).

La autora utilizó como metodología un test inicial, test final, aplico una secuencia didáctica basa en la teoría de situaciones didácticas (TSD), y entrevistas.

A causa de ello pudo determinar que en los últimos grados los estudiantes desarrollan un gusto o no por la asignatura de matemáticas lo que afecta el proceso de aprendizaje por los bloqueos y desmotivación que surgen, es así como los estudiantes desarrollan los ejercicios de forma mecánica cuando no se les brindan ejercicios contextualizados, dado que para el proceso de aprendizaje es importante tomar los conocimientos previos y relacionarlos con nuevos aprendizajes según la autora.

Así mismo, la autora concluye que el utilizar la TSD permitió identificar en los estudiantes competencias como “interpretación de enunciados, formulación de procedimientos y argumentación, las que permitieron dar soluciones a las problemáticas planteadas” (Medina Casallas, 2017, p. 48).

Por consiguiente, encontramos en la investigación antes mencionada relación con este trabajo, pues se pretende llevar al aprendizaje partiendo de conocimientos previos, aplicando una secuencia didáctica que permita una reconstrucción de la multiplicación poniendo a los estudiantes en situaciones contextualizadas.



### 3. Marco Teórico

En el desarrollo de esta investigación se pretende dar respuesta a la pregunta sobre los cambios que tiene los estudiantes en los niveles de resolución de problemas después de aplicada una unidad didáctica sobre problemas y multiplicación en los cuales se presentan situaciones que involucran el uso de este tipo de operaciones en el marco del proceso de resolución de Problemas referente a los documentos del ministerio sobre esta competencia, por esta razón en el marco problémico de ésta, desarrollaremos el concepto de operaciones multiplicativas desde el enfoque por competencias matemáticas que se trabaja académicamente en las instituciones educativas públicas del país.

En Colombia se cuenta con referentes claros para la enseñanza y aprendizaje de cualquier disciplina, estos nos los brinda el ministerio de educación nacional a través de los lineamientos curriculares. En el caso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que es el área de conocimiento en que se centra esta investigación, se encuentran orientaciones claras como son los conocimientos básicos, procesos y su relación con el contexto, es así, como se abordará uno de los procesos principales, tal vez el más importante en el aprendizaje de las matemáticas puesto que permite el desarrollo integral de estas en conjunto, este proceso es el de resolución de problemas.

Tradicionalmente las matemáticas se aprenden como serie de contenidos aislados, y secuenciados en torno a que se enseña el procedimiento básico (suma y resta) y se avanza con procedimientos más complejos (multiplicación, y división) dejando de lado procesos de aprendizaje importantes como lo es la resolución de problemas. Los maestros tienden a enseñar todos los contenidos y dejar para el final del periodo la resolución de problemas

debido a que el tiempo no les alcanza. “Las aplicaciones y los problemas no se deben reservar para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ellas pueden y deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje.” (MEN, 1998, p. 24), es así como se empezará a abordar la resolución de problemas qué es y cómo se puede lograr que los estudiantes desarrollen este proceso tan importante en el aprendizaje.

### **3.1. Competencias matemáticas**

Por la complejidad inherente, la competencia matemática puede ser analizada desde diversos puntos de vista, entre los cuales podemos contar sus dimensiones, su contenido, los procesos involucrados, las capacidades matemáticas subyacentes a los procesos, las destrezas, los tipos de complejidad, las actitudes, etc. Comenzamos este análisis procurando una aproximación a su definición.

La competencia matemática ha sido considerada, por la Comisión Europea de Educación (Herreros Martínez, 2006), como una competencia clave, y comparte esta característica con la comunicación lingüística, las competencias básicas en ciencia y tecnología, la competencia digital, el aprender a aprender, las competencias sociales y cívicas, el sentido de iniciativa y espíritu emprendedor, la conciencia y expresiones culturales. En su definición, una competencia clave es una destreza básica necesaria para el aprendizaje de las personas a lo largo de la vida.

De igual manera, esta competencia hace parte de las llamadas Competencias Básicas en la Ley Orgánica de Educación Española (LOE), en la cual, si bien presentan nombres ligeramente diferentes, se refieren fundamentalmente a el mismo conjunto de Competencias Claves.

Las competencias clave o básicas apuntan a la capacidad para poner en práctica de manera integrada los conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar y resolver problemas y situaciones. De esta forma, la competencia matemática se interpreta como la capacidad personal para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos (OECD y PISA, 2013, p. 25).

Esta forma de interpretar la competencia matemática se puede enmarcar en el enfoque funcional, en el cual el conocimiento matemático permite a la persona modelizar situaciones reales y está orientado a la resolución de cuestiones y problemas en diferentes contextos (Rico Romero y Lupiáñez Gómez, 2014).

De esta interpretación de la competencia matemática se puede destacar tres capacidades generales: la interpretación y producción de información (modelización), el conocimiento de la realidad (situaciones reales y contexto) y la resolución de problemas (resolución de cuestiones y problemas).

En particular, la resolución de problemas se constituye en el eje vertebral de la aplicación de los conocimientos matemáticos, ligado a las capacidades transversales vinculadas con el aprendizaje, las cuales podemos dividir en dos grupos: razonar, argumentar y elaborar estrategias, las cuales se manifiestan en la lectura comprensiva, la reflexión, la elaboración de planes de trabajo, la revisión y adaptación de los planes, la verificación de hipótesis, la verificación de la validez de las soluciones y, por otro lado, comunicar los resultados, lo cual se manifiesta en la expresión verbal de los procesos desarrollados que dan cuenta de las capacidades de interpretación, valoración y toma de decisiones.

Resumiendo, las competencias matemáticas se manifiestan en el nivel de desarrollo de las destrezas y actitudes que le permiten a una persona razonar de forma matemática, comprender los elementos de una argumentación matemática, expresarse y comunicarse en el lenguaje de las matemáticas utilizando las herramientas adecuadas, e integra el conocimiento que tiene de las matemáticas con otros tipos de conocimiento para dar respuestas a las diferentes situaciones con que se encuentra en la vida diaria.

En la Recomendación 2006/962/EC, del Parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006, se establece que:

La competencia matemática es la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Basándose en un buen dominio del cálculo, el énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos. La competencia matemática entraña —en distintos grados— la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas). (p. 15)

### **3.2.La solución de problemas**

El NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), desarrolló en los años 1989 y 2000 dos propuestas de Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática, las cuales fueron tomadas como referente en varios países, Colombia entre otros.

En los apartes dedicados a la Resolución de Problemas en matemáticas se reconoce esta actividad como de la mayor importancia para aprender matemáticas, considerando que las actividades de aula en los primeros niveles de escolaridad (Pre-K) deben tener como prioridad fundamental la creación de ambientes en los que se propicie la formulación de

problemas desde situaciones que se den en el ámbito de las matemáticas o fuera de ellas; el desarrollo y posterior aplicación de estrategias para la resolución de problemas; la interpretación y verificación de los resultados obtenidos; así como la generalización de las soluciones y de las estrategias para su aplicación en situaciones nuevas (Midgett y Eddins, 2001. p. 39).

Derivado de esto, en los Estándares Básicos de Competencia se reconoce que:

La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. (MEN, 2006. p. 52)

De esta forma, distintos documentos indican la importancia de considerar la resolución de problemas como una competencia fundamental en la formación de los estudiantes por las habilidades inmediatas que se requieren para solucionar problemas, así como por las habilidades derivadas de dicha competencia. Por ejemplo, se considera que los estudiantes ganan confianza en cuanto al uso de las matemáticas, desarrollan una mente inquisitiva y perseverante, desarrollan sus habilidades para comunicarse matemáticamente; expresar ideas; interpretar, hacer uso y evaluar diferentes tipos de representaciones; usar de manera consistente los diferentes tipos de lenguaje; y describir relaciones y modelar situaciones (MEN, 1998). Así mismo, amplían su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel que subyacen en el razonamiento matemático: la exploración de ejemplos y casos particulares; la formulación sistemática de afirmaciones, la prueba, la argumentación acerca de la validez de afirmaciones, las explicaciones, etc.

Es tan reconocida la importancia de la resolución de problemas en la formación matemática que investigadores como George Pólya –ya en la década de los años 40s del siglo pasado– le han dedicado un considerable esfuerzo a determinar cómo plantear y resolver problemas en el ámbito de las matemáticas. Para este investigador, Pólya 1980, “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados” (Citado por Boscán y Klever, 2012, p.11). En consecuencia, desarrolló un método de cuatro pasos, y un conjunto de heurísticos generales, con los que se puede abordar un problema matemático con el fin de resolverlo: Entender el problema; Crear un plan; Llevar a cabo el plan; Revisar e interpretar el resultado.

Este trabajo de Pólya, sin embargo, no fue pionero en este aspecto. Trabajos anteriores como el de John Dewey en 1888, o el de Graham Wallas en su *The art of Thought* (Citado por Blanco, 1996, p. 12) presentaron estructuras similares a la propuesta por Pólya que, en términos generales no ha tenido mayor variación hasta nuestros días. Sin embargo, a pesar que la estructura general de los pasos del proceso de resolución de problemas se ha mantenido, diversos autores han hecho algunos énfasis y derivaciones.

En 1985, Alan Schoenfeld en su libro *Mathematical problema solving* propone un programa de resolución de problemas que se basa en el modelo propuesto por Pólya, pero que involucra ideas nuevas como por ejemplo su descubrimiento de que las personas no siguen los procedimientos de forma lineal, sino que saltan adelante, atrás y, algunas veces, en zigzag por ellos (Citado por Blanco, 1996, p. 13). Por otro lado, Schoenfeld propone un conjunto más específico de heurísticos para cada uno de los pasos del proceso de resolución

de problemas basado en el descubrimiento de pautas o patrones que parecen seguir los individuos a la hora de enfrentar problemas matemáticos.

En el mismo sentido otros investigadores como Newell-Simon y Bransford-Stein formularon propuestas derivadas del trabajo de Pólya. Newell y Simon en 1972 propusieron la resolución de problemas a partir de un modelo de procesamiento de la información en el cual se proponen los problemas como espacios de trabajo con estados iniciales, vías de solución y estados finales (Citado por Schunk, 1997. p. 242). Mientras que Bransford y Stein formularon en 1986 un método similar conocido por la sigla IDEAL (Schunk, 1997. p. 241), en la cual cada letra tiene el siguiente significado.

I = Identificar el problema,

D = Definir y presentar el problema,

E = Explorar las estrategias viables,

A = Avanzar con las estrategias,

L = Lograr la solución y volver para evaluar los efectos de las actividades.

De otro lado, Miguel De Guzmán (2007) aborda la resolución de problemas, no solo desde la perspectiva del estudiante que aborda al problema de manera individual, sino que considera, a partir de las observaciones sobre su propia actividad y el intercambio de experiencias con otros docentes, a los grupos de estudiantes como eje fundamental del proceso de resolución de problemas. De esta forma establece, como marco general, las siguientes cuatro fases:

- Familiarización con el problema. Incluye todas las acciones encaminadas a la comprensión del problema.

- Búsqueda de estrategias posibles. Consiste en seleccionar qué estrategias se adecuan más a la naturaleza del problema.
- Selección y ejecución de las estrategias que parecen más adecuadas. Se juzga, entre las estrategias surgidas, aquellas que tengan más probabilidad de éxito. Después se llevan a cabo las elegidas.
- Reflexión sobre el proceso que se ha seguido.

No abordaremos en profundidad propuestas como la de Mason, Burton y Stacey en su libro de 1982 *Pensar matemáticamente*. Estos investigadores, a partir de la estructura estudiada por Pólya y Schoenfeld, proponen algunos énfasis en aspectos particulares del proceso de resolución de problemas, y simplifican los pasos a tres: Abordaje, Ataque y Revisión (Blanco, 2000).

Resulta claro que, en general, los investigadores que hemos presentado consideran que los pasos que se siguen en el proceso de resolución de problemas son básicamente similares, aunque atienden a algunas especificidades como son, por ejemplo, que el proceso no es lineal o que, en orden de simplificación, se desestiman aspectos como los niveles de comprensión lectora de los estudiantes, sus conocimientos previos o el factor tiempo.

Teniendo en cuenta lo expuesto sobre la resolución de problemas, proponemos las siguientes etapas que engloban las propuestas de los diferentes investigadores que hemos abordado, con el fin de tener un referente para la apreciación de las acciones de los investigados al enfrentar problemas matemáticos.

- Interpretación. Consiste en la determinación de que la situación planteada corresponde a un problema, cuál es la naturaleza de la tarea a realizar y los datos que se plantean.



- Representación y manipulación de objetos. Este paso también es común en las diversas propuestas de resolución de problemas, aunque en algunas se encuentra dividida en pasos diferentes (modelo de De Guzmán). Consiste en utilizar diversas formas de representación, dependiendo de la naturaleza del problema, con el fin de organizar los datos propuestos para visualizar una estructura que permita suponer algún tipo de estrategia de solución.
- Búsqueda de estrategias: Comprende el uso de los conocimientos previos y la división de la tarea en subtarear con el fin de diseñar líneas de acción o un plan para la resolución del problema.
- Ejecución. Consisten en poner en práctica el plan diseñado en la fase anterior.
- Valoración de la solución. Esta última etapa consiste en la observación del procedimiento utilizado y la evaluación de si el resultado obtenido es el que se perseguía.

### **3.2.1. La resolución de problemas.**

Para trabajar la resolución de problemas, se hace necesario citar y conocer sobre conceptos que nos permita dar respuesta a preguntas como ¿Qué es un problema? Y ¿Cómo se resuelve un problema?, al mismo tiempo que se responde ¿Cuáles son los pasos adecuados para resolver un problema?

Puesto que, para Parra (1990):

Un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o se lo plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata. (p. 22)

De acuerdo a lo anterior, si la resolución de problemas se analiza en el campo escolar, nos permite comprender que es de suponer que el estudiante para poder comprender la información, establecer relaciones y usar procedimientos para resolver el problema planteado, debe haber tenido un proceso o aprendizaje de conceptos y el conocimiento procedimental.

En concreto, desde el campo de la matemática, Marzano (1997) afirma que señalar las características de un triángulo equilátero, establecer las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo, utilizar de manera apropiada algunos símbolos matemáticos o definir lo que es un número racional, es posible cuando el aprendiz ha construido el conocimiento declarativo respectivo. El conocimiento procedimental o procesal es un conocimiento ligado a la acción o ejecución; dicho de otra manera, tiene que ver con el aprendizaje de procedimientos. Hablar de procedimientos requiere también de ciertas especificaciones porque se trata de un término usado con diferente alcance en diversos contextos.

Por consiguiente, se hace claridad que por el tipo de trabajo nos basaremos en la diferenciación entre el conocimiento declarativo y el conocimiento procedimental; para hacer claridad Monereo, Castello y Clariana (1998):

Llamamos a un procedimiento algorítmico cuando la sucesión de acciones que hay que realizar se halla completamente prefijada y su correcta ejecución lleva a una solución segura del problema o de la tarea (por ejemplo, realizar una raíz cuadrada o coser un botón). En cambio, cuando estas acciones comportan un cierto grado de variabilidad y su ejecución no garantiza la consecución de un resultado óptimo (por ejemplo, planificar una entrevista o reducir el espacio de un problema complejo a la identificación de sus principales elementos más fácilmente manipulables) hablamos de procedimientos heurísticos. (p. 20)

Sobre estas concepciones, dentro de la literatura, encontramos diferentes análisis acerca de la resolución de problemas matemáticos, en los que se evidencian actividades cognitivas, sistematizaciones y recomendaciones a la hora de investigar y ampliar el concepto. Por ello y teniendo en cuenta que el enfoque del trabajo es la manera en cómo resuelven problemas los niños y cómo podemos fortalecer o mejorar estos procesos, tendremos en cuenta los aportes de Pólya (1957) y Schoenfeld (1992), los cuales asignan una serie de etapas a la hora de resolver un problema.

Partiendo que los problemas se entienden como una situación prevista o espontánea que produce incertidumbre, y necesita una búsqueda para su solución (Garret, 1984)

Una de las conceptualizaciones más actuales es denominada, por Jiménez (2003), como los problemas auténticos que poseen las siguientes características: su respuesta no es obvia, está contextualizada en la vida real, requiere que el alumnado lleve a cabo un proceso de indagación, diseñando el proceso, puede tener varias soluciones posibles, por todo ello, permite trabajar muchos de los aspectos que forman parte de la competencia científica.

Además, dentro de las conceptualizaciones se tiene que, en la resolución de problemas, es necesario elaborar y reacomodar información en el cerebro (Novack, 1982; Kempa, 1986). También, otros autores sostienen que interrelacionan los elementos externos del medio con elementos internos de los sujetos como la memoria, las reglas, los estados y las operaciones (Bransford y Stein, 1993; Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez y Postigo, 1994).

Otra perspectiva sugiere que, la resolución de problemas es sensible a saberes específicos, ya que uno de los recursos cognitivos de los sujetos es el conocimiento de base (Tamayo et al., 2014). Sin embargo, dentro la resolución de problemas puede aparecer una

serie de obstáculos que no permiten su desarrollo. Autores como Bachelard (1948) y Camilloni (2001) los clasifican como obstáculos epistemológicos, entre ellos se encuentran: la opinión, la experiencia básica, la facilidad, la racionalidad simple y los generados por el aprendizaje escolar.

### **3.2.2. Pólya y su método heurístico**

Asimilar la manera en que se resuelve un problema no proporciona la seguridad de la resolución de él, ya que siempre hay un paso sin resolver, el cual el estudiante logra identificar en el momento que reflexiona en la forma que llega a la solución del problema.

La propuesta de Pólya con su obra, explota la inquietud que tenemos por descubrir y poner en acción las habilidades que poseemos para resolver problemas. Este método heurístico está basado en un estudio que permite presentar nuevos aspectos de las matemáticas, mostrándola como ciencia experimental e inductiva. Permitiendo evidenciar no la solución del problema sino por el contrario los procedimientos y caminos usados para resolver problemas.

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimirle una huella imperecedera en la mente y en el carácter.

Por ello, un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su

desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello.

Es así, como los métodos heurísticos son estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizadas por los actores de resolver problemas, basándose fuertemente en las experiencias previas relacionadas con problemas similares o problemas auténticos. Dichas estrategias permiten ver los posibles caminos para alcanzar la solución; a partir de ello, a continuación, se presenta lo más importante del estudio de Pólya sobre esta concepción.

### ***3.2.2.1. Pólya y sus cuatro pasos para la resolución de problemas matemáticos.***

Enseñar a los estudiantes a resolver problemas tiene como objetivo principal hacerlo participe de su propio aprendizaje y que logre utilizar en su cotidianidad los aprendizajes procedimentales y declarativos, en este sentido el docente juega un papel muy importante, ya que la forma en que de las orientaciones y brinde la ayuda a sus estudiantes definirá la manera en que estos aprendan a poner en juego sus conocimientos y logren resolver problemas por sí mismos. Es así, como lo plantea Pólya (1965) el estudiante debe adquirir en su trabajo personal la más amplia experiencia posible. Pero si se le deja solo frente a su problema puede que no progrese. Por otra parte, si el maestro le ayuda demasiado nada se le deja al alumno.

Es así como basado en una estrategia de hacer diferentes preguntas a los estudiantes para conducirlos a buscar la solución a los problemas planteados, Pólya define cuatro pasos para

enseñar a los estudiantes a resolver problemas, comprender el enunciado, elaborar un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva.

Comprender el enunciado, lo primero que se debe hacer según este autor es realizar preguntas a los estudiantes que den cuenta de su comprensión del problema que se les plantea, aquí el docente juega un papel muy importante, pues de la forma en cómo presente y motive a los estudiantes a resolver el problema depende su comprensión y entusiasmo por el mismo.

En la comprensión del enunciado se debe tener en cuenta aspectos como las representaciones con imágenes que realicen los estudiantes, que tipos de datos identifica los directos, indirectos o ambos, además de si es capaz de explicar con sus propias palabras el enunciado presentado, en este el docente puede mostrar a los estudiantes problemas similares y resolverlos con ellos para orientarlos en la forma de resolver problemas, lo esencial en este primer paso es que el estudiantes identifiquen los datos, identifiquen la incógnita y puedan explicarlo con sus propias palabras.

Como segundo paso tenemos la elaboración de un plan, para esta es necesario que el estudiante encuentre los pasos necesarios para llegar a la solución del problema, debe identificar el tipo de operación u operaciones que debe realizar, descomponer el problema en partes cuando se puede hacer, y poder explicar al final todos los pasos que utilizó para la solución, para lograrlo el estudiante debe contar con una serie de conocimientos acerca del tema, debe haber resuelto problemas similares para que puedan tener una idea y llegar al objetivo de resolver el problema de forma correcta.

Lo anterior nos lleva a poner en ejecución el plan comprobando, si cada uno de los pasos pensados para la resolución del problema fueron los adecuados y nos van a llevar a la

solución correcta del mismo, de no ser se debe regresar a realizar el paso anterior. El estudiante debe estar seguro de que cada uno de los pasos son los adecuados y poder demostrar en la ejecución que sí lo son, y buscar algunas otras alternativas para la solución.

Luego de que el estudiante llegue a su objetivo de resolver el problema de forma correcta, es el momento de emplear la visión retrospectiva, en este último paso el estudiante debe hacer una revisión general de cada uno de los pasos que lo llevó a resolver el problema de forma adecuada, mirara si el resultado al que llegó si era lo que se pedía y examinar el plan elaborado y ejecutado le puede servir para resolver otros problemas.

De este modo se lleva al estudiante a una:

Evidencia experimental, así gracias a las cuestiones precedentes, los detalles de la fórmula adquieren una nueva significación; se establece un lazo entre ellos y diversos hechos. Hay pues mayores posibilidades de que la fórmula se fije en la mente consolidándose los conocimientos en los alumnos. (Pólya, 1965, p. 57)

Con la utilización de estos cuatro pasos y orientando al estudiante con las preguntas adecuadas se lleva al estudiante al aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos:

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel. (MEN, 2006, p. 1)

### **3.3.Niveles en la resolución de problemas**

Dentro de este trabajo de investigación se tuvo en cuenta los aportes de Tamayo et al. (2014, p. 190), quienes proponen cinco niveles en la resolución de problemas en el área de las ciencias, estos niveles son: Nivel 1 (Redescripción de la experiencia, enuncia el

problema y describe el experimento según sus observaciones o utiliza datos de las instrucciones para justificar sus respuestas). Nivel 2 (Redescripción de la experiencia de manera libre, ha realizado la experiencia anteriormente, utiliza opiniones, describe lo que sintió durante las experiencias y/o utiliza analogías). Nivel 3 (Identificación de una o dos variables, en este nivel se reconocen las variables sin realizar algún tipo de relación entre ellas). Nivel 4 (Resolución del problema de manera inadecuada, identificando y relacionando variables y justificando o no dichas relaciones). Nivel 5 (Resolución de problema de manera adecuada, identificando y relacionando variables y justificando o no dichas relaciones).

### **Nivel 1**

El nivel 1 comprende resolver el problema realizando redescripción de la experiencia, enuncia el problema y describe el experimento o problema según la información brindada por el sistema senso-perceptual, utiliza datos de las instrucciones para solucionar y dar respuesta a la situación. En este nivel se tiene como característica la descripción simple de la vivencia. Bachelard (1948) sostiene frente a este tipo de respuestas, caracterizado por búsquedas prematuras de afirmaciones a partir de las experiencias cruciales, en donde el alumno piensa que la ciencia se construye sobre experiencias simples, el denominado obstáculo facilidad. (Citado por Camilloni, 2001, p. 15-16)

### **Nivel 2**

El nivel 2 comprende resolver el problema realizando redescripción libre, es decir, puede realizar varios tipos de resolución al problema. Uno basado en opiniones personales y otro a través de analogías, es decir, relaciones con otros fenómenos y en donde se utiliza sus experiencias básicas.



Cuando se utilizan opiniones frente a la resolución de problemas, Bachelard (1948) expresa que “frente a lo real, lo que se cree saberse ofusca lo que debería saberse”. De acuerdo a lo que propone el autor siempre se tienen opiniones sobre lo que no se conoce de manera científica. Frente a este problema se debe tener claridad que se deje atrás los saberes para no repetir los errores. (Citado por Camilloni, 2001, p. 13)

### **Nivel 3**

En el nivel 3 de resolución de problemas se destaca la identificación de una variable. En estas resoluciones de problemas se destaca el uso de una variable que puede hacer parte o no de la experiencia. Es decir, se identifican en algunos casos elementos que hacen parte de la situación problema, y en otros casos estos elementos pueden hacer parte de la resolución de otra situación problémica.

Los estudiantes no realizan redescpciones libres, pero dan una respuesta que obedece, según Bachelard (1948) a un obstáculo que denomina racionalidad simple, caracterizado por una única razón que no da lugar a una verdadera racionalización. Una experiencia verdaderamente racionalizante debe de insertarse en un juego de razones múltiples, la razón quiere invertir los problemas, variarlos, insertar unos a otros, hacerlos divulgar. (Citado por Camilloni, 2001, p. 17),

### **Nivel 4**

El nivel 4 de resolución de problemas comprende la identificación de dos variables relacionadas inadecuadamente. En el primer caso, las variables pueden o no presentar confusiones entre la variable dependiente e independiente. Las respuestas dadas a las situaciones problémica de este trabajo se centran en las del primer caso.

En otros casos, la relación entre variables puede ser independiente o explicativa, cuya asociación o influencia en la variable dependiente se pretende aclarar. Cuando se relacionan las variables se refiere al reconocimiento de que existe una correspondencia entre los valores de las variables involucradas, la determinación de una de las variables cuando se conoce el valor de la otra. Identificando, a su vez, la relación entre cantidades y la variación de una cantidad que afecta a la otra independientemente de cómo se proporcione la información (Rojas, 2009).

### **Nivel 5**

En el nivel 5 de resolución de problemas se resuelve el problema de manera adecuada, identificando y relacionando variables y justificando o no dichas relaciones. García (1998) plantea que los procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas incluyen procesos de conducta y pensamiento dirigidos hacia la ejecución de una tarea intelectualmente exigente (Nickerson, Perkins y Smith, 1985). Por esto, se considera como el rango total de procedimientos y actividades cognitivas que realiza el individuo, desde el reconocimiento del problema hasta la solución del mismo, siendo la solución del problema el último acto de esta serie de procedimientos cognitivos (Garret, 1989).

### **3.4.Las unidades didácticas**

Al igual que muchos otros conceptos en el campo de la Educación, el de Unidad Didáctica es además de homónimo, polisémico; no solo se le suele confundir con otros como unidad temática, unidad de trabajo, tareas didácticas, secuencias didácticas, etc. (Corrales Salguero, 2009), sino que bajo el mismo nombre involucra diferentes acepciones según el autor o investigador que lo aborde. De esta forma, por ejemplo, Lemus Perea (2015) nos muestra como para Coll las Unidades Didácticas son unidades de trabajo de un

proceso completo de enseñanza/aprendizaje, con duración fija, objetivos, contenido, actividades de aprendizaje y evaluación. Mientras que Ibáñez deja a la imaginación del lector los elementos de la unidad didáctica centrándose en indicar que se debe llevar a cabo en un periodo de tiempo determinado y que (cualesquiera que sean sus componentes) deben tener una conexión o interrelación con coherencia interna metodológica. Menos abstracto, aunque fuertemente reduccionista Escamilla -nos sigue mostrando Lemus Perea-, determina la Unidad Didáctica como una forma consistente y significativa de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje en torno a un contenido, convirtiendo este en el eje integrador,

Una revisión profunda de las diferentes propuestas sobre este concepto parece coincidir en, como lo proponen Couso et al (2005), que: “...se resalta la importancia de la unidad didáctica en el proceso educativo por constituir la concreción de *qué* se va a enseñar y *cómo* se va a enseñar” (p. 9). Esto que podría hacer parecer que el diseño de Unidades Didácticas pareciera elemental: elegir lo que se quiere enseñar y determinar cómo hacerlo. Sin embargo, es un trabajo reconocido como complejo por la mayoría de los autores, que involucra entre otros aspectos la dificultad de los docentes para hacer explícitos todos los elementos del proceso de enseñanza y aprendizaje; la perspectiva de valor que tenga el trabajo a realizar; la formación específica de los docentes en cuanto a la elaboración de Unidades Didácticas; la imposibilidad de generalización o de validez universal de las propuestas o la complejidad de la acción educativa (Sanmartí, 2005, p. 15-16).

Dando por entendidas estas dificultades, en este trabajo nos inclinamos por la postura teórica de Neus Sanmartí (2005) en la cual la planeación de la acción educativa se lleva a cabo a partir de la reflexión sobre cada uno de los siguientes criterios:

- Criterios para la definición de finalidades/objetivos

- Criterios para la selección de contenidos.
- Criterios para organizar y secuenciar los contenidos.
- Criterios para la selección y secuenciación de actividades.
- Criterios para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación.
- Criterios para la organización y gestión del aula. (p. 17)

## **4. Metodología**

### **4.1. Tipo de investigación**

El método de investigación cualitativa es la recogida de información basada en la observación de comportamientos naturales, discursos, respuestas abiertas para la posterior interpretación de significados. Además, Hernández (2014) expone frente al diseño de la investigación cualitativa que es abierto, flexible, construido durante el trabajo de campo o realización del estudio. Al mismo tiempo presenta que el enfoque cualitativo busca principalmente la “dispersión o expansión” de los datos e información, mientras que el enfoque cuantitativo pretende “acotar” intencionalmente la información (medir con precisión las variables del estudio, tener “foco”).

Es por ello, que la metodología utilizada en esta investigación es cualitativa ya que a través de la resolución de problemas se observarán y registrarán las respuestas o discursos que usen los estudiantes, los cuales serán objeto de análisis e interpretación, para luego ubicarlos en el nivel correspondiente antes y después de aplicar la unidad didáctica, y compararlos.

Al mismo tiempo dentro de la investigación se dará uso al método de estudio de caso, es una herramienta valiosa de investigación, y su mayor fortaleza radica en que a través del mismo se mide y registra la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado, mientras que los métodos cuantitativos sólo se centran en información verbal obtenida a través de encuestas por cuestionarios (Yin, 1989). Además, en el método de estudio de caso los datos pueden ser obtenidos desde una variedad de fuentes, tanto cualitativas como cuantitativas; esto es, documentos, registros de archivos, entrevistas

directas, observación directa, observación de los participantes e instalaciones u objetos físicos (Chetty, 1996).

De este modo, según el propósito de la investigación, el estudio puede ser descriptivo (si se pretende identificar los elementos clave o variables que inciden en un fenómeno); explicativo (si se busca descubrir los vínculos entre las variables y el fenómeno a la vez que dotar a las relaciones observadas de suficiente racionalidad teórica) y predictivo (si se examinan las condiciones límites de una teoría) (Snow y Thomas, 1994, citado por Sarabia, 1999, p. 228). Finalmente, Maxwell (1998) se refiere a los estudios exploratorios, cuya función es un primer acercamiento de las teorías, métodos e ideas del investigador a la realidad objeto de estudio (Citado por Sarabia, 1999, p. 229).

Respecto a su propósito, las investigaciones realizadas a través del método de estudio de caso pueden ser: descriptivas, si lo que se pretende es identificar y describir los distintos factores que ejercen influencia en el fenómeno estudiado, y exploratorias, si a través de las mismas se pretende conseguir un acercamiento entre las teorías inscritas en el marco teórico y la realidad objeto de estudio.

#### **4.2. Estudio de caso**

Teniendo en cuenta que el método de estudio de caso es una herramienta valiosa de investigación, y su mayor fortaleza radica en que a través del mismo se mide y registra la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado, mientras que los métodos cuantitativos sólo se centran en información verbal obtenida a través de encuestas por cuestionarios (Yin, 1989).

Por esta razón, este trabajo se centrará en dicho método ya que permitirá ver los cambios en los niveles de resolución en los estudiantes una vez desarrollado los procesos de recolección y análisis de la información a partir de la unidad didáctica.

Además, en el método de estudio de caso los datos pueden ser obtenidos desde una variedad de fuentes, tanto cualitativas como cuantitativas; esto es, documentos, registros de archivos, entrevistas directas, observación directa, observación de los participantes e instalaciones u objetos físicos (Chetty, 1996). De esta manera, tendremos la posibilidad de hacer la recolección de la información con diferentes estrategias.

Además, Chetty (1996) indica que el método de estudio de caso es una metodología rigurosa que

- Es adecuada para investigar fenómenos en los que se busca dar respuesta a cómo y por qué ocurren.
- Permite estudiar un tema determinado.
- Permite estudiar los fenómenos desde múltiples perspectivas y no desde la influencia de una sola variable.

Permitiendo así, que la metodología estudio de caso sea usada dentro del proceso de investigación, puesto que, nos permitirá evidenciar los cambios y procesos realizados dentro de la resolución de problemas y al mismo tiempo, el estudio de caso es capaz de satisfacer todos los objetivos de una investigación, e incluso podrían analizarse diferentes casos con distintas intenciones (Sarabia, 1999).

En este sentido, algunas características de las investigaciones son su propósito y la aportación teórica pretendida. De acuerdo a ello, el estudio puede ser descriptivo (si se pretende identificar los elementos clave o variables que inciden en un fenómeno). (p. 171)

De esta manera, es como nos apoyamos en el estudio de caso descriptivo, ya que nos permitirá evidenciar los cambios en los niveles de resolución de problemas que presentes los estudiantes a través de la aplicación de la unidad didáctica, permitiéndonos así ser específicos en las etapa de resolución propuestas por Pólya y los niveles de resolución de Tamayo.

En cuanto al diseño de la investigación, los estudios de caso pueden ser simples o múltiples, esto depende del número de casos a investigar, pero Yin (1989) propone una tipología que establece cuatro tipos básicos, dependiendo del número de casos y de los diferentes niveles de análisis. Así, se identifica: el caso único o unidad de análisis, el caso único con unidad principal y una o más subunidades, los casos múltiples con unidad principal de análisis, y los casos múltiples con unidad principal y una o más subunidades dentro de la principal.

En cuanto a la recolección de la información Yin (1989) recomienda la utilización de múltiples fuentes de datos y el cumplimiento del principio de triangulación para garantizar la validez interna de la investigación. Esto permitirá verificar si los datos obtenidos a través de las diferentes fuentes de información guardan relación entre sí (principio de triangulación); es decir, se usarán diferentes fuentes.

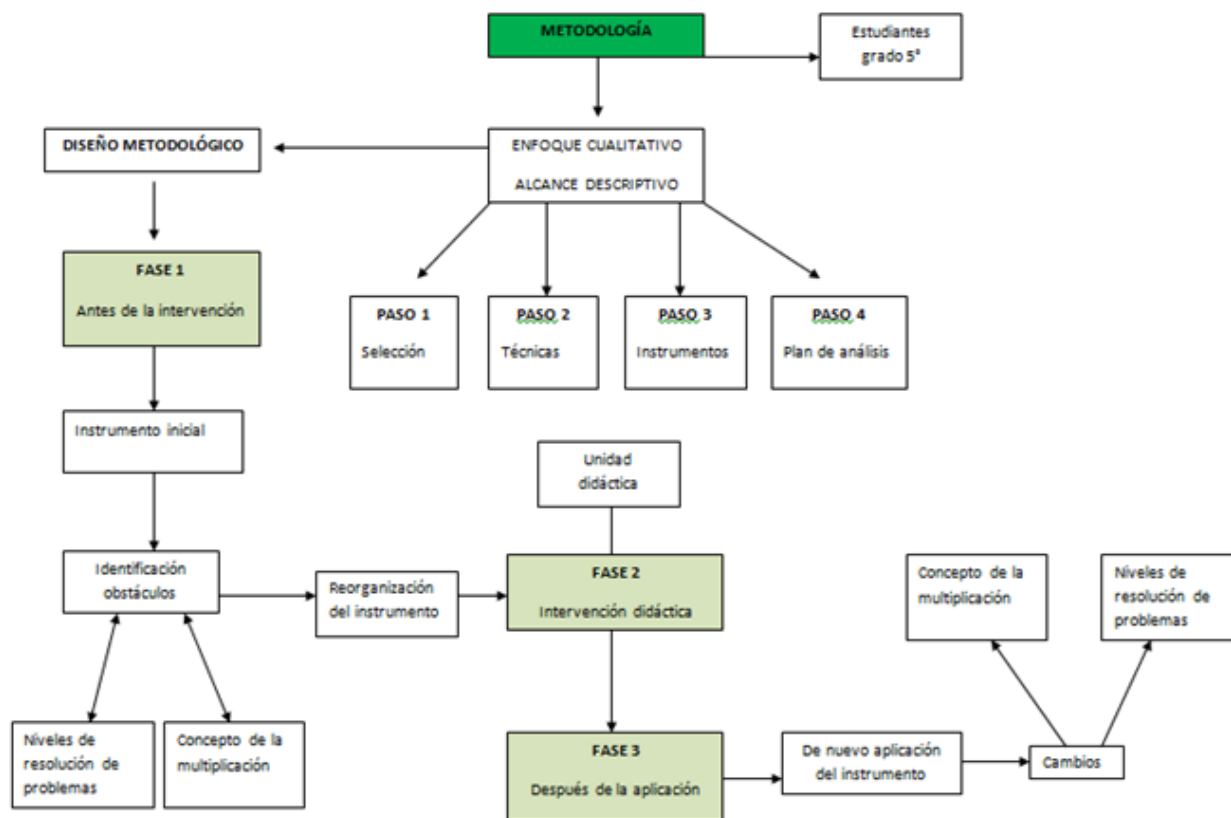
Una vez recolectada, se realiza el análisis de la información, que en una investigación cualitativa, lo principal es generar una comprensión del problema de investigación, en lugar de forzar los datos dentro de una lógica deductiva derivada de categorías o suposiciones (Jones, 1985). Por lo tanto, es muy importante que el análisis sea inductivo y guiado por el los referentes conceptuales.



### 4.3.Diseño metodológico

Figura 2. Diseño de la investigación.

En esta se pueden ver las etapas en las que se realizó la investigación.



Fuente: Autores

**4.3.1. Etapa I:** Durante etapa se inició con la identificación del problema, se realizó un análisis e identificación de los antecedentes con estudios similares en resolución de problemas, luego se eligieron las teorías en resolución de problemas que permitirán la fundamentación de la presente investigación.

**4.3.2. Etapa II:** En la segunda etapa se diseñó la unidad didáctica teniendo en cuenta los planteamientos de Sanmartí (2005) para su estructura, así mismo las actividades diseñadas

se orientaron de acuerdo a parámetros teóricos entorno al desarrollo del concepto de multiplicación para lo cual se utilizó los pasos para la reconstrucción de la multiplicación planteados por Lotero, Andrade, Andrade (2011) y el método heurístico de Pólya (2002) para el desarrollo de la resolución de problemas. Posteriormente se diseñó el instrumento de ideas previas el cual se aplicó al inicio y final de la unidad didáctica.

**4.3.3. Etapa III:** Para esta etapa se analizó las respuestas del instrumento de ideas previas, se tuvo en cuenta cada una de las respuestas de los 4 estudiantes objeto de estudio, luego se analizó el instrumento final y se hizo una comparación de los niveles de resolución de problemas en que se ubicaron los estudiantes al inicio y después de aplicada la unidad didáctica. Para ello se tomaron los niveles de resolución de problemas planteados por Tamayo (2014).

#### **4.4.Unidad de trabajo**

Fueron 4 estudiantes pertenecientes a grado quinto de educación básica primaria de la Institución Educativa Agrícola la Florida sede San Martín de Porres, Santa Rosa de Cabal Risaralda.

#### **4.5.Unidad de análisis**

Descripción de los niveles de resolución de problemas que tienen los estudiantes antes y después de aplicada una unidad didáctica basada en la reconstrucción de la multiplicación y los pasos de resolución de problemas planteados por Pólya (2002).

#### **4.6.Instrumentos**

Primero se aplicó un instrumento de lápiz y papel con el fin de indagar los niveles de resolución de problemas que tenían los estudiantes, para ello resolvieron un instrumento que consta de 6 problemas matemáticos con respuesta de selección múltiple con única respuesta los cuales fueron sacados de las PRUEBAS SABER del año 2016. Este instrumento permite evidenciar los procedimientos realizados por los estudiantes para resolver el problema, ya que una de las indicaciones a la hora de resolver los problemas fue describir los procesos y operaciones.

Después se realizó el análisis de las respuestas de cada uno de los estudiantes para determinar el nivel de resolución de problemas inicial en el cual se encontraban luego de aplicado el instrumento inicial de ideas previas. Posteriormente se aplicó una unidad didáctica con actividades orientadas en su primero a la reconstrucción del concepto de multiplicación y segundo al desarrollo de los pasos de resolución de problemas planteados por Pólya (2002).

El trabajo en la unidad didáctica se desarrolló en grupos y de forma individual para ello se utilizaron bloques como material manipulable “los tangibles se asumen como mediadores para formar cantidades concretas, transformarlas activamente, experimentar y moldear” (Loterio, Andrade, Andrade, 2011, p. 42) y fichas con tablas de datos que debían llenar esto para la parte de reconstrucción de multiplicación. Para el trabajo de las etapas de resolución de problemas se trabajaron problemas matemáticos multiplicativos y se utilizó un instrumento con preguntas abiertas las cuales se tomaron de Pólya (2002) con el fin de conocer los procedimientos y técnicas utilizadas por los estudiantes para la resolución de problemas.

Finalmente se utilizó el mismo instrumento inicial de lápiz y papel para la identificación de los niveles de resolución de problemas de los estudiantes después de aplicada la unidad didáctica.

#### 4.7.Categorías de análisis

**4.7.1. Resolución de problemas:** se tendrán en cuenta los cuatro pasos de resolución de problemas planteados por Pólya (2002).

**Tabla 1.** *Pasos de resolución de problemas.*

PASOS	DESCRIPCIÓN
COMPRENDER PROBLEMA	EL Reconoce los datos, y demás elementos presentados en el enunciado, identifica qué operaciones y procedimientos debe seguir para dar solución.
ELABORAR UN PLAN	Manifiesta haber pensado y/o escrito un procedimiento a seguir para dar la solución al problema.
EJECUTAR UN PLAN	Da solución al problema siguiendo los procedimientos del paso anterior.
VISIÓN RETROSPECTIVA	Revisa nuevamente el proceso de solución del problema para confirmar la respuesta, modificarla o encontrar una nueva forma de solución.

**Fuente:** Elaboración propia, basados en documento cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas. Pólya, G. (1957).

**4.7.2. Niveles de resolución de problemas:** se tendrán en cuenta los niveles de resolución de problemas planteados por Tamayo (2014).

**Tabla 2.** *Niveles de resolución de problemas.*

**Nivel 1** Redescrición de la experiencia, enuncia el problema y describe el experimento según sus observaciones o utiliza datos de las instrucciones para justificar sus respuestas.

---

**Nivel 2** Redescrición de la experiencia de manera libre, ha realizado la experiencia anteriormente, utiliza opiniones, describe lo que sintió durante las experiencias o utiliza analogías.

---

**Nivel 3** Identificación de una o dos variables, en este nivel se reconocen las variables sin realizar algún tipo de relación entre ellas.

---

**Nivel 4** Resolución del problema de manera inadecuada identificando y relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.

---

**Nivel 5** Resolución de problema de manera adecuada identificando, relacionando variables y justificando o no dichas relaciones.

---

**Fuente:** Recuperado de documento Pensamiento crítico en el aula de ciencias. Tamayo, O., Zona, J., & Loaiza, Y. (2014).

#### **4.8. Plan de análisis**

Los datos obtenidos a partir de los instrumentos se analizaron con base en la matriz de niveles de resolución de problemas de Tamayo (2014), antes y después de la implementación de la unidad didáctica diseñada.

#### 4.9. Cronograma

**Tabla 3.** *Cronograma de actividades de intervención.*

SECCIÓ N	DURACIÓ N	OBJETIVO	TEMA	ACTIVIDAD	DBA
1	2 horas.	Identificar niveles iniciales de resolución de problemas.	Exploración de ideas previas.	Instrumento de lápiz y papel.	Interpreta, formula y resuelve problemas
2	2 horas.	Realizar composición y descomposiciones de números.	Agrupamientos	Preguntas ideas previas. Trabajo material manipulativo. Preguntas orientadoras.	aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y
3	2 horas.	Desarrollar la relación parte todo, sumar grupos iguales de manera más amplia con mayor significado.	Encajamientos	Preguntas orientadoras. Descripción de procedimientos.	multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.
4	2 horas.	Desarrollar el pensamiento en torno a cuantas veces se multiplica una cantidad o en cuantas cantidades iguales se divide una cantidad.	Número de veces.	Construcción de las tablas de multiplicar. Preguntas orientadoras.	
5	2 horas.	Utilizar pasos para la solución de problemas.	Relaciones de correspondencias.	Se desarrollan las secciones 6, 7 y 8.	
6	2 horas.	Identificar los datos y la incógnita en el problema matemático para	Comprensión del problema.	Presentación de problemas. Elaboración de un plan. Preguntas orientadoras.	

		implementar una idea de solución.		Identificación de operaciones.
8	2 horas.	Consolidar las estrategias resolutorias de los estudiantes a través de problemas matemáticos	Ejecución de plan.	Seguimiento al plan de resolución de problemas.
9	4 horas.	Incentivar a los estudiantes de grado quinto para que analicen y reflexionen sobre los procesos de resolución de problemas usados para obtener los resultados en los problemas matemáticos planteados.	Visión retrospectiva.	Reflexión y análisis de problemas.  Invención de un nuevo problema.
10	2 horas.	Identificar los niveles finales de resolución de problemas de los estudiantes.	Prueba final	Instrumento de lápiz y papel.

**Fuente:** Autores

## **5. Análisis e interpretación de los resultados**

A continuación, se presentan los resultados de la investigación, iniciando con los datos cuantitativos de los niveles iniciales de resolución de problemas después de aplicado el instrumento inicial de identificación de ideas previas, atendiendo al primer objetivo específico de la investigación el cual alude a identificar los niveles iniciales de resolución de problemas que tienen los estudiantes sobre la multiplicación. Posteriormente se analizan los datos cuantitativos después de implementada la unidad didáctica en resolución de problemas y finalmente se describen los cambios en los niveles de resolución de problemas obtenidos en los estudiantes objeto de estudio en el nivel de resolución de problemas.

### **5.1.Resultados niveles iniciales de resolución de problemas**

El instrumento de lápiz y papel fue elaborada con base en las pruebas saber del año 2016, de las cuales se tomaron 6 ejercicios de resolución de problemas en los cuales los estudiantes inicialmente utilizan sus saberes previos sobre resolución de problemas y operaciones propias de las matemáticas, y al final después de la intervención con la unidad didáctica resuelven la prueba para demostrar los aprendizajes adquiridos y nivel desarrollado de resolución de problemas.

Dicha prueba fue aplicada a 4 estudiantes de forma individual, estos estudiantes pertenecen a una escuela rural donde se trabaja escuela nueva por tanto son los únicos estudiantes de grado cuarto en el aula. Con el objeto de simplificar las referencias arrojadas en la exposición a los instrumentos inicial y final, así realizar el análisis de los resultados obtenidos. Asignándose la siguiente codificación.

E1: Isabella.



E2: Karen.

E3: María.

E4: Estiven.

Así mismo se les asigna la siguiente codificación a los niveles de resolución de problemas planteados por Tamayo (2014)

N1: nivel 1

N2: nivel 2

N3: nivel 3

N4: nivel 4

N5: nivel 5

Finalmente se asigna la siguiente codificación a los pasos de resolución de problemas planteados por Pólya (1957)

Paso 1: comprensión del problema.

Paso 2: elaboración del plan.

Paso 3: ejecución del plan.

Paso 4: visión retrospectiva.

En la siguiente tabla se indican los niveles de resolución de problemas identificados en las respuestas de los estudiantes que son objeto de estudio en la investigación.

**Tabla 4.** *Resultados iniciales.*

Estudiantes	Problemas instrumento inicial					
	1	2	3	4	5	6
1	N1	N1	N1	N1	N1	N1
	PASO 1	PASO 1	PASO 1	PASO 1	PASO 1	PASO 1
2	N1	N1	N1	N1	N1	N1
	PASO 1	PASO 1	PASO 1	PASO 1	PASO 1	PASO 1
3	N1	N1	N1	N1	N1	N1
	PASO 1	PASO 1	PASO 1	PASO 1	PASO 1	PASO 1
4	N1	N1	N1	N1	N1	N1
	PASO 2	PASO 2	PASO 2	PASO 2	PASO 2	PASO 2

**Fuente:** Autores

En la siguiente tabla se muestra los niveles de resolución de problemas y la cantidad de estudiantes ubicados en cada nivel.

**Tabla 5.** *Niveles iniciales de resolución de problemas.*

Niveles de resolución de problemas	Nº de Estudiantes
Nivel 1	4
Nivel 2	0
Nivel 3	0
Nivel 4	0
Nivel 5	0

**Fuente:** Autores

**Tabla 6.** *Pasos iniciales de resolución de problemas.*

<b>Pasos de resolución de problemas</b>	<b>Nº de Estudiantes</b>
<b>Paso 1</b>	<b>3</b>
<b>Paso 2</b>	<b>1</b>
<b>Paso 3</b>	<b>0</b>
<b>Paso 4</b>	<b>0</b>

**Fuente:** Autores

En este apartado se relaciona el nivel y pasos de resolución de problemas de cada uno de los estudiantes objeto de estudio, analizando las respuestas obtenidas por estos en la aplicación de la prueba de identificación de ideas previas sobre la resolución de problemas.

#### **5.1.1. Análisis del estudiante 1 (E1), instrumento inicial**

El E1 respondió a cada uno de los problemas planteados en el instrumento de ideas previas señalando la letra que representa la opción de selección que para él era correcta en cada pregunta. En cada una de ellas, utilizó una operación matemática. Para la P1 empleo una suma, P2 sumas, P3 suma y resta, P4 suma, P5 suma, para realizar estas operaciones el E1 utiliza los datos encontrados en el enunciado del problema lo que permite identificar que está en un nivel inicial de resolución, puesto que Tamayo (2014)“emplea las mismas expresiones utilizadas en la situación presentada” (p. 37), es decir el estudiante se limita solo a la utilización de los datos numéricos y así por medio de una operación matemática y su resultado señala la opción correcta.

Figura 3. Respuesta estudiante E1 a la P1.

Solo emplea los datos de enunciado, realiza la operación matemática con estos y no explora operaciones con los demás datos para buscar otra posible respuesta.

Cantidad de pelotas	Costo
3	\$3.600
5	\$6.000
7	\$8.400

¿Cuánto cuesta una pelota?

A. \$2.800  
 B. \$1.200  
 C. \$6.000  
 D. \$8.400

OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 1.200 \\
 + 1.200 \\
 \hline
 2.400 \\
 + 1.200 \\
 \hline
 3.600
 \end{array}$$

Fuente: Autores

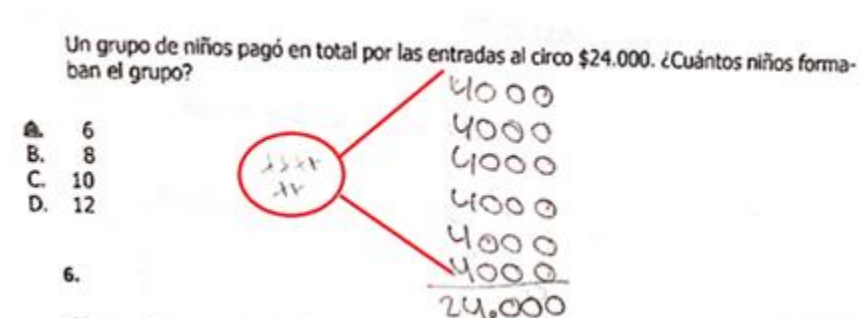
El E1 se encuentra en el paso 1 para la resolución de problemas dado que solo reconoce los datos del enunciado y la incógnita. Sin embargo, no emplea todos los datos (Pólya, 2002).

Para la P2 no muestra tener algún conocimiento previo que le permita escoger la operación correcta o una forma más rápida para dar solución a la situación planteada, puesto que toma cada uno de los valores y los va sumando entre sí. Para que el estudiante pueda desarrollar los pasos de resolución de problemas planteado por Pólya es necesario que posea conocimientos previos en matemáticas para este caso. (Pozo, 1994).

En las P3, P4 y P5.1 se puede evidenciar que emplea solo los datos del enunciado aplicando una operación matemática, pero para la P5.2 el estudiante decide ir sumando el valor de la entrada de cada niño hasta que la suma le de 24.000 lo cual es el total que se

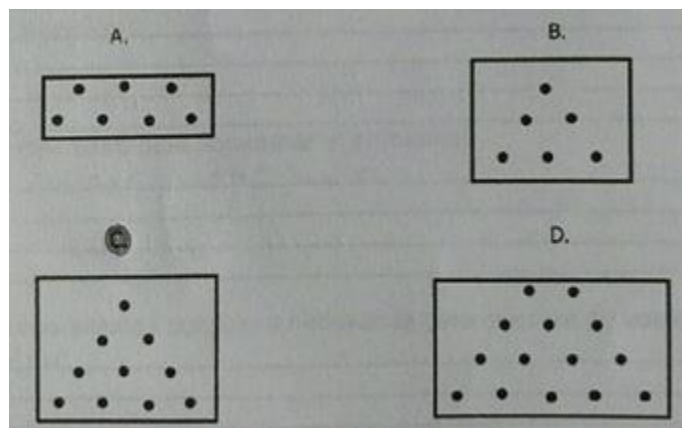
pagó por la entrada según el enunciado, al lado de la operación va escribiendo unas X con las que parece representar el grupo de niños que entraron al circo como se muestra en la figura 3. Es así como se evidencia que “las organizaciones cognoscitivas” presentes en el E1 le permitieron realizar un esquema mediante el cual logró hacer un diseño que le permitió llevar un conteo y dar solución a la incógnita (García, 1998).

Figura 4. Respuesta del E1 a P 5.2.



Fuente: Autores

Figura 5. Respuesta del E1 a la P 6.



Fuente: Autores

Para la P6 el E1 solo marcó la respuesta correctamente sin realizar ningún otro tipo de procedimiento que permita identificar el proceso para obtener la respuesta a esta pregunta.

El E1 logra responder las preguntas correspondientes a la comprensión del problema de una forma muy básica (ver anexo C) sin embargo no logra un análisis profundo para determinar relaciones en los datos presentados, y resuelven sin pensar en si los datos son los suficientes para llegar a la solución. El estudiante mecánicamente piensa en una operación matemática para dar solución al problema esto evidenciado cuando se le pregunta acerca de la estrategia que va utilizar para resolverlo (ver anexo C).

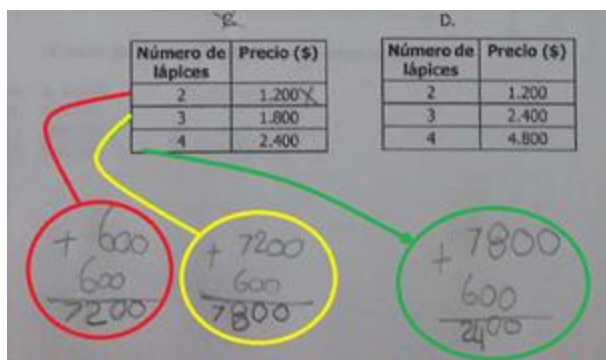
Así mismo, al realizar preguntas al estudiante referentes a las dificultades a la hora de ejecutar su plan, encontramos que se refiere a su dificultad para comprender el problema (ver anexo C) lo que nos lleva de nuevo al primer paso planteado por Pólya (1965) la comprensión del problema ya que según este autor es necesario el empleo de cada uno de los pasos para lograr un buen desarrollo del problema y que la experiencia se pueda aplicar a otros problemas de la vida.

Como consecuencia de no comprender desde su fase inicial el planteamiento del problema el E1 en las preguntas correspondientes a la visión retrospectiva (ver anexo C) evidencia conformidad solo con saber que la solución a los problemas son correctas pero no demuestra intención en reflexionar sobre la solución que dio, por tanto según Pólya (1965) al tener una visión retrospectiva, al revisar la solución y los pasos empleados para esta los estudiantes logran adquirir unas habilidades necesarias para la resolución de problemas posteriores, por tanto el E1 se sitúa en el paso uno de resolución de problemas planteado por Pólya (1965).

### 5.1.2. Análisis del estudiante 2 (E2), instrumento inicial

El E2 respondió a la totalidad de los problemas planteados. Para cada una de las preguntas selecciono las opciones que considero correctas, pero solo para algunas de ellas escribió una operación o gráfica que evidencia parte del proceso que utilizó para resolver el problema. En la P1 utilizó una división, para la P2 utilizó los datos representados en el enunciado y empleo una suma de las cantidades y valor del lápiz como se muestra en la siguiente figura:

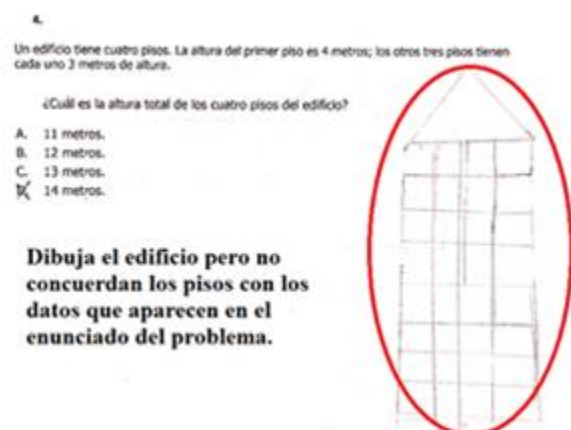
Figura 6. Respuesta E 2 a la P 2.



Fuente: Autores

En la P3 realizó una suma y resta con los datos presentados, en P4 dibujó un edificio tratando de utilizar los datos del enunciado como instrucciones (Tamayo, 2014) para dibujarlo, sin embargo, se evidencia que el dibujo realizado no cuenta con las características mencionadas en el problema.

Figura 7. Respuesta del E 2 a la P 4.



Fuente: Autores

En la P5 utilizó una suma para encontrar el costo de 6 adultos para el circo y en la P6 seleccionó la respuesta incorrecta, por tanto, se evidencia que el estudiante se limitó solo a usar los datos mostrados en el enunciado del problema, al igual que operaciones básicas por lo que podemos decir que el E2 se encuentra en un nivel 1 en resolución de problemas (Tamayo, 2014). Además, solo logra realizar el paso uno de resolución de problemas como lo plantea Pólya (2002), ya que solo reconoce la incógnita y los datos para dar solución al problema.

Lo anterior se evidencia en las respuestas dadas por el estudiante en el instrumento aplicado para cada problema (ver anexo D) al preguntar al estudiante que idea tiene para solucionar el problema su respuesta fue una operación matemática en todos los problemas como se muestra en la figura 8 . E2 no logra identificar una forma distinta de dar solución a los problemas y utiliza en la mayoría como plan sumas por lo tanto solo tiene un método para resolver el problema y no logra aún identificar las múltiples formas que puede utilizar



como lo plantea Pólya (2002) el estudiante no ha desarrollado las tácticas para la solución a los problemas por tanto no lograra resolver problemas en otros contextos de su vida.

*Figura 8.* Respuesta del E2 a la P 4 del instrumento.

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

Una división

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

Una suma

Suma y resta

El plan del estudiante fue en todos los casos una operación para dar solución a los problemas.

Fuente: Autores.

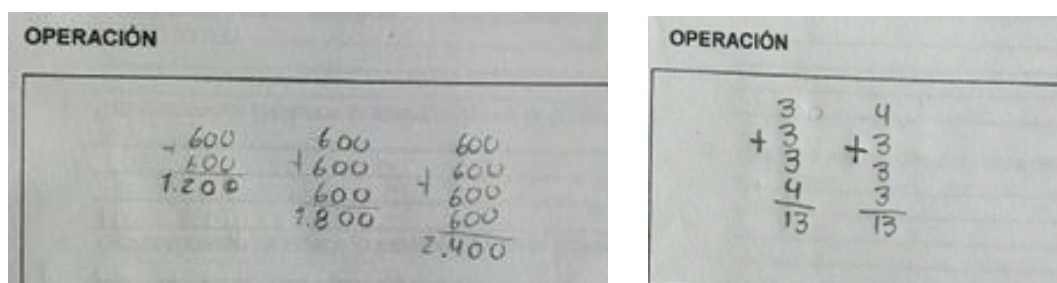
El E2 parece tener muy claro y entender los datos que se presentan en los problemas, sin embargo no logra encontrar diferentes alternativas para dar solución a este. En la mayoría de problemas al preguntar sobre si tuvo dificultades y cómo las superó el E2 dice no tenerlas y solo hacer la operación, además plantea que está satisfecho con el resultado. El estudiante al ejecutar su plan no comprueba ni verifica si los pasos que está utilizando son correctos como lo plantea Pólya (2002).

### **5.1.3 Análisis del estudiante 3 (E3), instrumento inicial.**

El E3 dio respuesta a todos los problemas planteados, utilizando sumas como operación para resolverlo, solo en el P2 empleo la suma y resta para descubrir la cantidad de canicas que tiene los niños, se percibe que el estudiante reconoció los datos y los empleo de la manera que creyó conveniente para dar solución a todos los problemas usando la misma

estrategia como se muestra en la figura 9, por tanto se puede ubicar el estudiante en un nivel 1 de resolución de problemas ya que utiliza datos del problema para dar solución (Tamayo 2014).

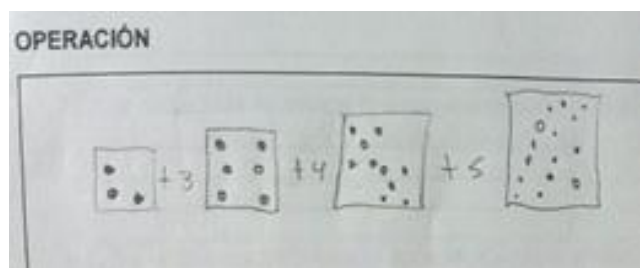
*Figura 9. Operación empleada en la P2 y P4 respectivamente.*



Fuente: Autores.

Para la pregunta 6 el E3 realizó unos gráficos para intentar encontrar la secuencia en las figuras presentadas, pero no se nota mucha coherencia entre estas y los valores que fue sumando (ver figura 10), el E3 no logro relacionar los datos para idear un plan que le ayude a llegar a la respuesta correcta, para ello necesita que el docente brinde ejemplos con problemas parecidos que le contribuyan a la elaboración de su propio plan tal como lo plantea Pólya (2002).

*Figura 10. Respuesta del E 3 al P 6.*



Fuente: Autores.

En las respuestas dadas por el E3 sobre la forma en que resolvió el problema se evidencia que solo pudo identificar datos y la incógnita, en sus respuestas solo logra referirse a las operaciones que realiza con los datos presentados en el problema y lo que necesita encontrar con estos (ver anexo E) para Bachelard (1948) esto puede mostrar un obstáculo de la facilidad donde el estudiante no se esfuerza por realizar ningún tipo de pensamiento en profundidad y se conforma con obtener la respuesta correcta incluso algunas veces no puede demostrar cómo la encontró.

#### **5.1.4. Análisis del estudiante 4 (E4), instrumento inicial**

El E4 dio solución a todos los problemas que se le plantearon y utilizó operaciones matemáticas para encontrar la respuesta, para la P1 utilizó una división, P2 suma, P3 suma, P4 suma, P5 multiplicación y la pregunta 6 solo seleccionó la opción correcta. Se hace evidente que el estudiante solo utilizó los datos presentados en el enunciado del problema para tratar de dar solución a las preguntas. Al parecer la enseñanza secuenciada de los procedimientos matemáticos no permite que los estudiantes seleccionen la operación más adecuada que le permita resolver el problema de forma más rápida y fácil, tal como se plantea el MEN en sus lineamientos curriculares de matemáticas (2006).

Así mismo el hecho de haber utilizado sólo los datos nos muestran que el estudiante se encuentra en un nivel 1 de resolución de problemas (Tamayo, 2014) dado que el E4 solo representa los valores numéricos que ve en el problema. Claro está que el estudiante debió de haber tenido unos conocimientos previos y procedimentales para resolver el problema, pero aún son contenidos aislados que utiliza al azar, para la resolución de problemas es necesario elaborar y reacomodar la información del cerebro (Novack, 1982; Kempa, 1986).


Para el E3 fue más fácil realizar la suma de los datos expuestos que buscar otras alternativas de solución, este es uno de los obstáculos referenciados por Bachelard (1948) como el obstáculo del facilismo, así se evidencia en la figura 11.

Figura 11. Respuesta del E 3 a la P 3.

3.

Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.  
 B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.  
☒ C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.  
 D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.





Fuente: Autores


También en la figura 12 podemos ver que el E3 al enfrentarse solo a la solución del problema contando con sus conocimientos previos no pudo avanzar más allá de tratar de encontrar solo una solución, ya que lo único que hizo fue señalar las respuestas sin explorar alternativas, así lo plantea Pólya (1965) al afirmar que el estudiante por sí solo no logra progresar en la solución.

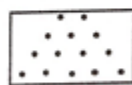
Figura 12. Respuesta del E 3 a la P 6.

¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?

A. 

B. 

☒ C. 

D. 

Fuente: Autores

Finalmente, con base en las respuestas del estudiante además de encontrarse en el nivel 1 de resolución de problemas (Tamayo, 2014) como se expuso anteriormente también se sitúa en el segundo paso de resolución de problemas ya que solo identifica los datos directos de los enunciados planteados en el instrumento de ideas previas (Pólya, 1965). Las respuestas dadas por el estudiante en las preguntas para cada problema evidencian que identificó los datos y la incógnita presentada en estos y con esto logró idear un plan para dar solución al problema (ver anexo F).

## 5.2. Análisis de los niveles de resolución de problemas de los estudiantes para el instrumento final.

A continuación, encontramos el análisis de los resultados que tuvieron los estudiantes en el instrumento final, después de aplicada la unidad didáctica basada en multiplicación y resolución de problemas. En la siguiente tabla se indican los niveles de resolución de problemas identificados en las respuestas de los estudiantes que son objeto de estudio en la investigación.

**Tabla 7.** *Resultados finales.*

Estudiantes	Preguntas instrumento final.					
	1	2	3	4	5	6
1	N3	N3	N3	N3	N3	N3
	Paso 3	Paso 3	Paso 3	Paso 3	Paso 3	Paso 3
2	N2	N2	N2	N2	N2	N2
	Paso 3	Paso 3	Paso 3	Paso 3	Paso 3	Paso 3
3	N2	N1	N1	N1	N1	N1
	Paso 1	Paso 1	Paso 1	Paso 1	Paso 1	Paso 1
4	N3	N3	N3	N3	N3	N3
	Paso 4	Paso 4	Paso 4	Paso 4	Paso 4	Paso 4

La siguiente tabla muestra los niveles de resolución de problemas y la cantidad de estudiantes ubicados en cada nivel.

**Tabla 8.** *Niveles finales de resolución de problemas.*

Niveles de resolución de problemas	N° de Estudiantes
Nivel 1	1
Nivel 2	1
Nivel 3	2
Nivel 4	0
Nivel 5	0

**Fuente:** Autores

**Tabla 9.** *Pasos finales de resolución de problemas.*

Pasos de resolución de problemas	N° de Estudiantes
Paso 1	1
Paso 2	0
Paso 3	2
Paso 4	1

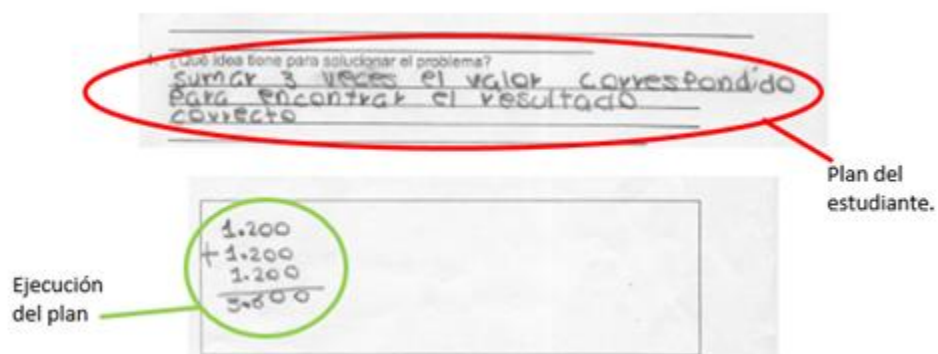
**Fuente:** Autores

### 5.2.1. Análisis del estudiante 1 (E1), instrumento final

El E1 usó diferentes operaciones y estrategias para resolver los problemas planteados. Para la P1 empleo una suma como se muestra en la figura 13, el estudiante logra mostrar en la respuesta a la pregunta que empleó una estrategia para encontrar la respuesta. En la P2

utilizó una suma con las cantidades, en la P3 una suma de cantidades igual para la pregunta 4.

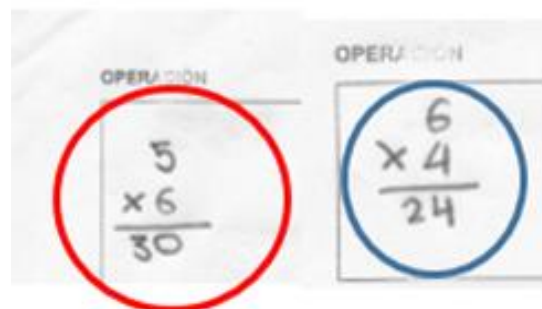
*Figura 13.* Respuesta del E1 a la P1.



Fuente: Autores

En la P5 y P5.1 se evidencian, que el estudiante decidió realizar una multiplicación y no la suma que fue la operación utilizada para resolver los problemas anteriores como se evidencia en la figura 14.

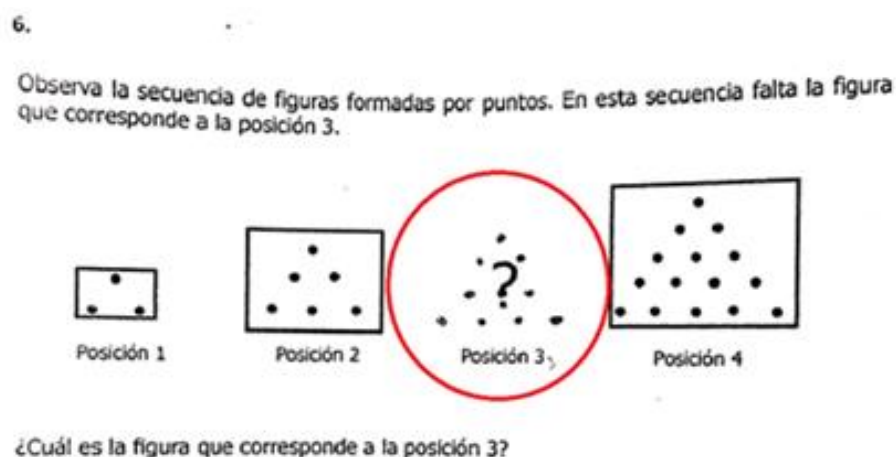
*Figura 14.* Respuesta del E 1 a la P5 y P 5.1



Fuente: Autores

En la P5 una multiplicación con las cantidades del enunciado. Para la P6 su estrategia fue realizar un gráfico para continuar la secuencia de figuras y dar respuesta correcta como se muestra en la figura 15.

*Figura 15.* Respuesta del E 1 a la P 6.



Fuente: Autores

Según las respuestas dadas por el E1 se puede evidenciar que busca alternativas para la solución de los problemas y logra elaborar y luego ejecutar un plan, cabe resaltar que es la segunda vez que el E1 se enfrenta a este mismo instrumento y después de aplicada la unidad didáctica pudo adquirir bases y habilidades que le permitieron subir a un nivel 3 en resolución de problemas dado que relaciono las variables para algunas de las respuesta dando una solución correcta al problema pero aún no logra justificar esas relaciones (Tamayo 2014).

Así mismo es de notar que se utilizaron diversas estrategias en la resolución donde el estudiante demuestra haber pensado y analizado el planteamiento (ver anexo G), el E1 cuando dio respuestas a las preguntas dio evidencia de que pensó en dos posibles formas de resolver el problema utilizando una suma o multiplicación por tanto, logró realizar los



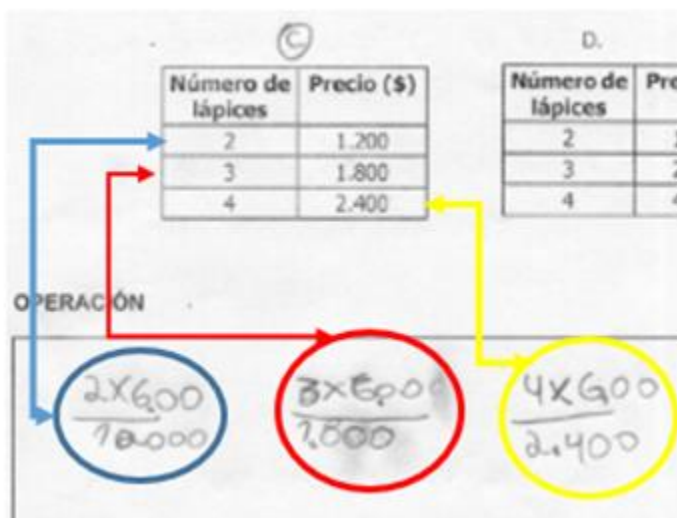
pasos 1, 2 y 3 de resolución de problemas comprender, concebir el plan y ejecutarlo de forma adecuada y satisfactoria, puesto que dio solución correcta al problema (Pólya, 2002). Sin embargo, la estrategia pensada por el estudiante no le dio resultado para dar solución a todos los problemas pues en algunos la respuesta elegida no fue correcta.

El estudiante no utilizó la visión retrospectiva planteada, pues si lo hubiese hecho evidenciaría el error cometido y buscaría nuevas estrategias para la solución, de aquí la importancia de llevar al estudiante a que realice una revisión de todos los pasos y planes ejecutados para la solución de los problemas de modo que cuando se presenten en otros contextos sepa resolver y buscar más estrategias sin dificultad alguna (Pólya 2002).

### **5.2.2. Análisis del estudiante 2 (E2), instrumento final**

Al resolver nuevamente el instrumento, después de aplicada la unidad didáctica el E2 dio respuesta a las preguntas de la siguiente manera. Para la P1 utilizó una suma, P2 multiplicaciones de los datos presentados en el enunciado como se muestra en la figura 16.

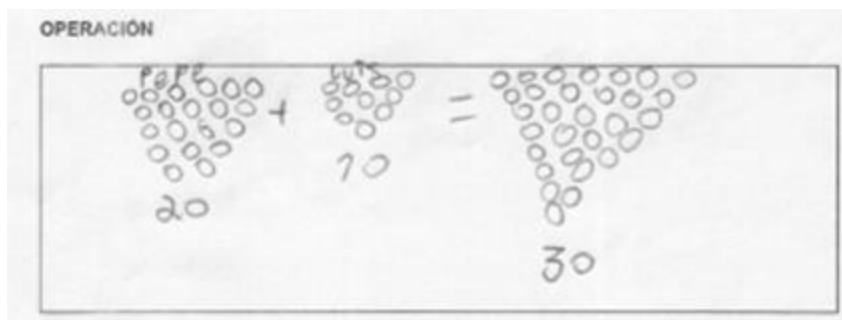
*Figura 16. Respuesta del E 2 a la P 2.*



Fuente: Autores

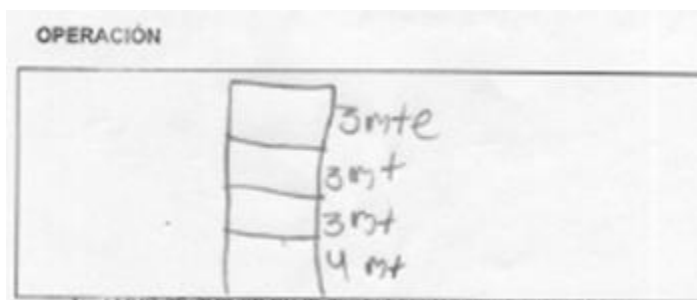
En la P3 dibujo las canicas y asignó un nombre a cada uno de los grupos de canicas como se muestra en la figura 17 y a cada uno le asignó un nombre de acuerdo con los datos del enunciado. Para la P4 hizo un gráfico de un edificio de cuatro pisos y asignó datos numéricos presentados en el enunciado como se muestra en la figura 18.

Figura 17. Respuesta del E 2 a la P 3.



Fuente: Autores

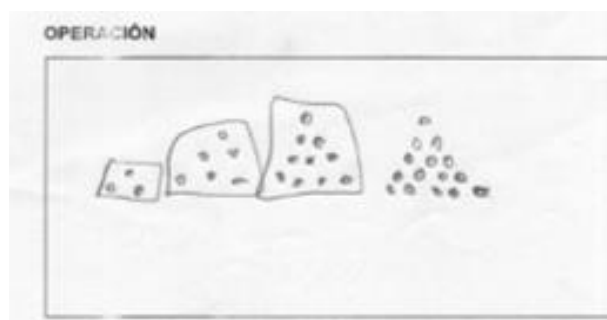
Figura 18. Respuesta del E 2 a la P 4.



Fuente: Autores

Para la P5 utilizó sumas y en la P6 realizó un dibujo para seguir la secuencia y encontrar la respuesta correcta como se muestra en la figura 19, por tanto, con estas evidencias se puede ubicar el estudiante en un nivel 2 de resolución de problemas, dado que además de utilizar los datos presentados en el enunciado, al ser la segunda vez que se enfrenta al instrumento logra redescubrir la experiencia (Tamayo 2014) utilizando gráficos y nombres que le permitieron dar solución. Así mismo, logró realizar los pasos de resolución de problemas ya que comprendió el problema, ideó un plan y lo ejecuto (Pólya, 2002).

*Figura 19.* Respuesta del E 2 a la P 6.



Fuente: Autores

Se observa que el estudiante tiene respuestas más profundas acerca de su comprensión del problema puesto que desde el inicio el estudiante está pensando en un plan para dar solución al problema como se muestra en la figura 20, el estudiante identifica muy bien los datos para todos los problemas además la incógnita que debe resolver, en la pregunta sobre posibles dificultades el estudiante dice no tener ninguna porque ya sabe el procedimiento a seguir, (cabe resaltar que esta prueba y preguntas fueron hechas después de aplicada la unidad didáctica).

Figura 20. Respuesta del E2 a la pregunta sobre comprensión del problema.

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
 Sumar todos los y Sumar 3 veces  
 y la que de 5600, 6000, y 8400  
 es la respuesta correcta.

2. ¿Qué datos se presentan?  
 que 3 Pelotas valen 5600, 5 Pelotas valen  
 6000 y 2 Pelotas valen 8400

3. ¿De qué trata el problema?  
 De que cuanto valen las pelotas

Fuente: Autores.

Es denotar la pérdida del interés del estudiante a medida que avanza en la solución a los problemas y en dar respuesta a los interrogantes pues para el P1 se nota que las respuestas son muy elaboradas y el estudiante pone mucho interés en responder de la mejor forma

posible, pero a medida que avanza por ejemplo para el P3 el estudiante da respuestas más cortas en las que menciona operaciones como única solución al problema (ver anexo H).

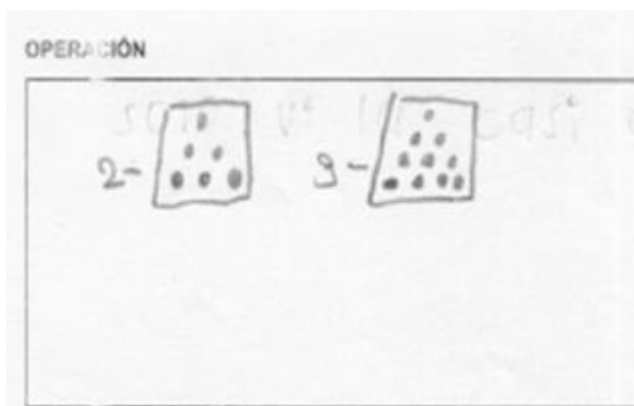
Según Pólya 2002, es importante que el estudiante mantenga el interés por resolver el problema de lo contrario puede no tener éxito en la solución de este al no lograr una buena comprensión por tanto el profesor debe utilizar diferentes estrategias que ayuden a mantener ese interés en el estudiante un ejemplo para ello es que el docente sea un modelo en la solución del problema.

### **5.2.3 Análisis del estudiante 3 (E3), instrumento final**

La E3 dio respuesta a todos los problemas planteados en el instrumento final, no se evidencia que logre desarrollar nuevas estrategias después de aplicada la unidad didáctica. El E3 continúa utilizando sumas como operación para resolver todos los problemas planteados en el obstáculo por Bachelard (1948) en el cual se decidió por la facilidad de usar los mismos métodos empleados en el instrumento inicial (ver anexo I).

Para la pregunta 6 el estudiante logra idear una estrategia utiliza el dibujo como medio para saber la secuencia correspondiente a la posición 3 como se muestra en la figura 21. Sin embargo su respuesta a las preguntas planteadas repite lo mismo que se expresa en el problema acerca de la incógnita y refiere no tener dificultades para dar solución.

*Figura 21. Respuesta E 3 a la P 6.*



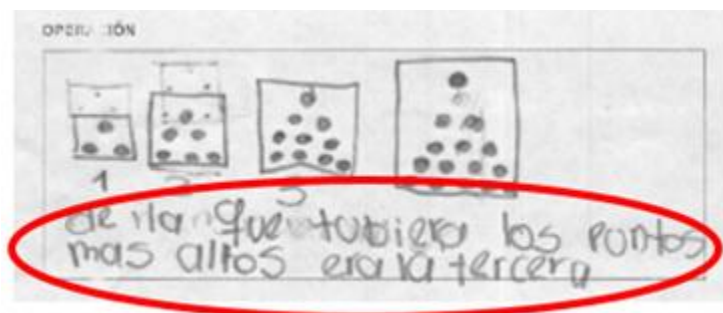
Fuente: Autores.

Por tanto el estudiante no logró pasar del nivel 1 de resolución de problemas ya que utiliza solo datos identificados para dar solución al problema, además en las preguntas realizadas para cada problema solo continúa diciendo no tener ninguna dificultad y que su estrategia es sumar, el E3 se conforma con entender el problema y resolverlo de forma correcta continuando en el paso 1 de resolución de problemas planteado por Pólya (2002) (Ver anexo I).

#### **5.2.4. Análisis del estudiante 4 (E4), instrumento final**

El E4 dio respuesta a todos los problemas planteados de la siguiente manera, la P1 utilizó una suma, en la P2 uso suma, la P3 utilizó una suma, en la P4 suma, P5 suma P5.1 multiplicación. Para la P6 utilizó como estrategia dibujar las diferentes posiciones de la gráfica para encontrar la respuesta correcta y escribe que “la figura que tenga los puntos altos es la 3” lo cual fue la explicación dada por el estudiante para evidenciar el plan elaborado y ejecutado. (Ver Figura 22).

*Figura 22. Respuesta del E 4 a la P 6.*

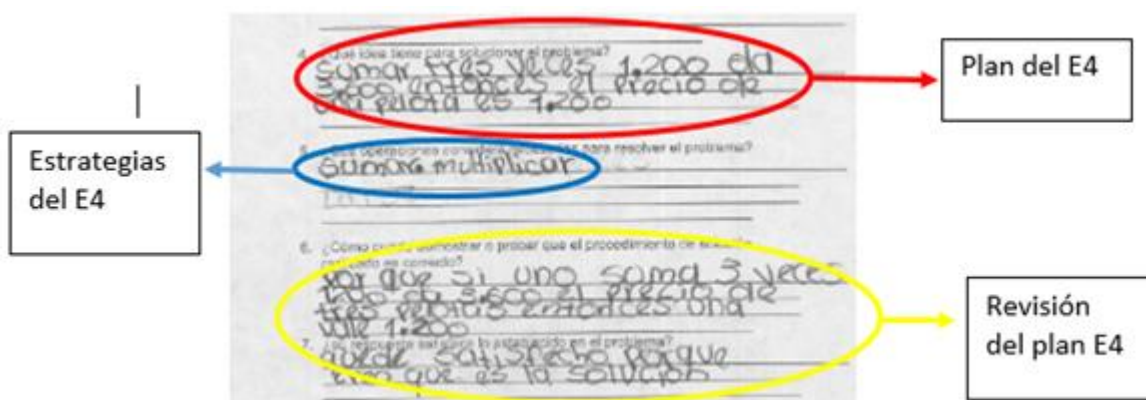


Fuente: Autores

Es evidente que el estudiante logra realizar variaciones en los procedimientos y operaciones que utiliza para dar solución a los problemas planteados según esto se puede ubicar en el nivel 3 de resolución de problemas además de que utiliza los pasos 1,2 ,3 y 4 como lo plantea Pólya (2002) y Tamayo (2014), el E4 utiliza los datos con los cuales empieza a elaborar un plan donde logra realizar variables ejecutando su plan y dando solución al problema.

En las respuestas dadas por E4 para cada problema se evidencia que pensó en diferentes formas de resolver los problemas planteados y se decide por la que para él encuentra más fácil y conveniente. Además logra dar explicaciones sobre los procedimientos realizados y cómo logró verificar que la respuesta si podía ser la correcta lo que lo llevó a estar satisfecho por el trabajo realizado como se muestra en la figura 23.

*Figura 23. Respuesta del E 4 a las preguntas del instrumento final.*



Fuente: Autores.

Según Pólya (1957) los pasos para resolver problemas no tienen un orden específico pueden aparecer en cualquier momento dependiendo de las capacidades y el entendimiento que el estudiante posea, al igual que sus conocimientos previos de tal forma que puede emplear este método para la resolución de problemas futuros en cualquier aspecto de su vida cotidiana.

### 5.3. Análisis comparativo de los niveles iniciales y finales de resolución de problemas

Según el análisis realizado a cada uno de los estudiantes anteriormente se identificó que para la aplicación del instrumento inicial los estudiantes se encontraron en un nivel 1 de resolución de problemas pues solo lograban utilizar los datos presentados en el enunciado y no tenían los conocimientos necesarios para emplear operaciones matemáticas que les permitieran dar solución a los planteamientos de manera eficaz y correcta.

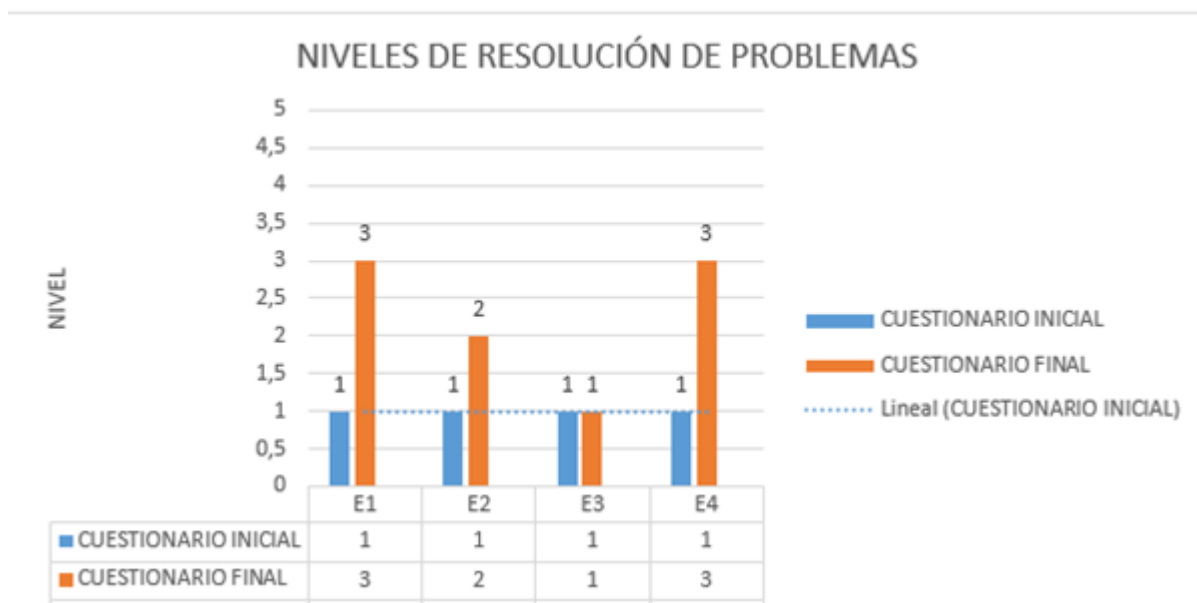
Parte de los estudiantes respondieron incorrectamente a algunos de los problemas y se limitaba a marcar la opción que creían correcta sin demostrar algún tipo de procedimiento



que permitiera identificar las acciones ejecutadas para conseguir esa respuesta, por tanto, solo pudieron utilizar el primer paso de resolución de problemas en donde se comprenden e identifican datos.

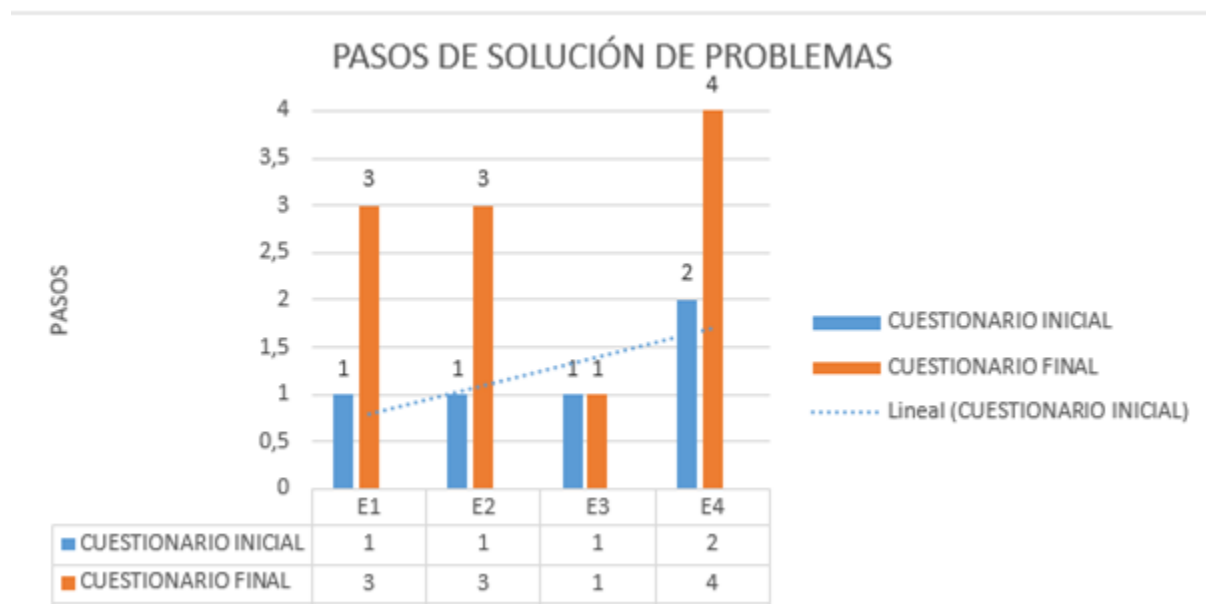
Dadas estas condiciones se aplicó la unidad didáctica basada en resolución de problemas y reestructuración de la multiplicación, la cual permitió que los estudiantes ampliaran sus conocimientos y procedimientos a la hora de dar solución a los problemas planteados. Al momento de aplicar de nuevo el instrumento fue evidente en la solución de algunos problemas planteados como los estudiantes subieron sus niveles de resolución de problemas al conocer y emplear los pasos de resolución y aprender a utilizar la multiplicación de manera adecuada en la resolución. En la siguiente figura se muestra el avance de cada uno de los estudiantes en los niveles de resolución de problemas planteados por Tamayo (2014) y pasos de resolución de problemas planteados por Pólya (2002).

*Figura 24.* Niveles de resolución de problemas instrumento inicial y final.



Fuente: Autores

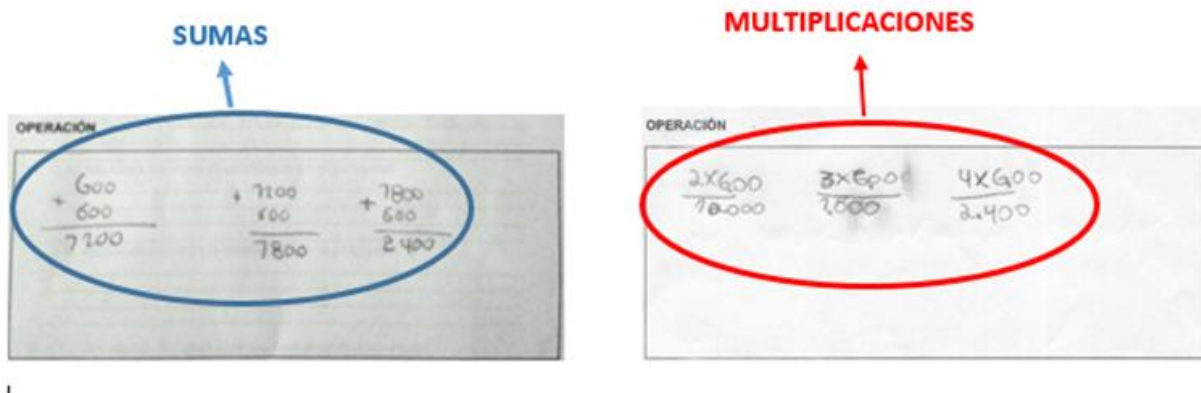
Figura 25. Pasos de resolución de problemas instrumento inicial y final.



Fuente: Autores

De esta manera se identificó que para la P1 los estudiantes en los dos momentos de aplicación del instrumento emplearon una operación la suma para encontrar la respuesta, pero no se identifica otro proceso diferente al empleo de los datos presentados en el enunciado. En la P2 los estudiantes utilizaron sumas para los dos momentos en que resolvieron los instrumento sumaron el valor de cada lápiz varias veces, solo el E2 para el final utilizó la multiplicación (Figura 26) se evidencia que este estudiante adquiere y demostró poder aplicar conocimientos necesarios en el área matemáticas para resolver los problemas como lo dice Pozo (1994), lo cual es fundamental para lograr el desarrollo de los pasos de resolución de problemas planteados por Pólya, sin embargo las multiplicaciones realizadas no dieron el resultado correcto.

Figura 26. Comparación de respuestas del E 2 a la P 2 en el instrumento inicial y final.



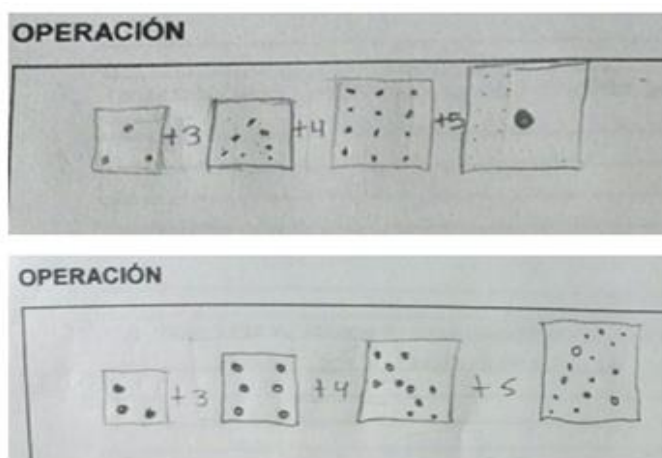
Fuente: Autores

En la solución a la P3 y P4 los estudiantes para el instrumento inicial solo usaban suma con los datos presentados en el enunciado ubicándose en un nivel 1 y pasó uno de resolución de problemas. En el instrumento final lograron utilizar sumas y dibujos para encontrar la solución de problema; es evidente que los estudiantes además de buscar y relacionar estrategias lograron comprender el problema, elaborar un plan y ejecutar el plan, siendo estos pasos esenciales según Pólya (2002) para resolver problemas. EL E1 y E4 lograron avanzar al nivel 3, el E2 logró avanzar a un nivel 2 mientras el E3 no se evidencio en los procesos y en las respuestas a las preguntas que logrará emplear sus aprendizajes para resolver los problemas continuando en un nivel 1 ya que continuó solo utilizando los datos.

En el instrumento inicial para la P5 los estudiantes utilizaron sumas y en el final los E1 Y E4 emplearon multiplicaciones evidenciando en las respuestas a las preguntas relacionar datos y emplearlos de la forma que creyeron más fácil, y en la P6 para el instrumento inicial el E1 Y E3 realizaron dibujos en los cuales no se emplearon los datos pero no se nota

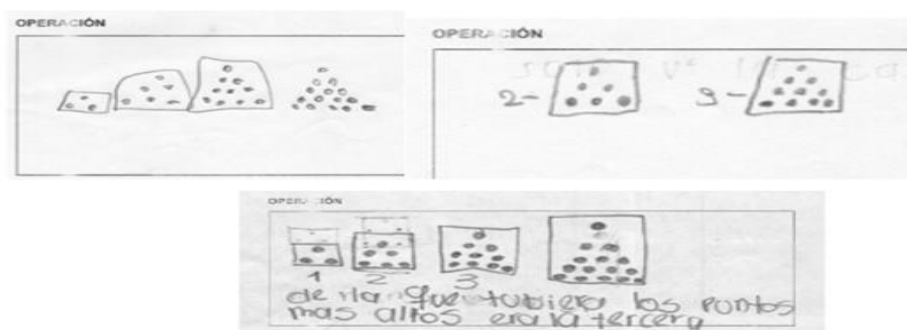
relación entre ellos como se muestra en la figura 27. Para el instrumento final lograron relacionar los datos y emplear estrategias que les permitieron encontrar la respuesta correcta, dibujaron secuencias de puntos determinando un patrón en las pirámides, el plan elegido por los estudiantes fue seguir la continuidad de triángulos formados por puntos y comparar con las posibles respuestas para elegir la correcta (figura 28).

Figura 27. Respuesta E 1 Y E 3 a la P 6 instrumento inicial.



Fuente: Autores.

Figura 28. Respuesta a la P 6 instrumento final.



Fuente: Autores

De acuerdo a los anterior, mientras los E1 y E4 lograron pasar de un nivel 1 a un nivel 3 de resolución de problemas, la E2 solo logró pasar del nivel 1 al nivel 2, pues la evidencia en sus respuestas muestra solo haber utilizado los datos y utilizar por segunda vez las mismas operaciones realizando una redescrición de la experiencia como lo plantea Tamayo (2014), esto se debe en parte a que la estudiante presenta ausencia frecuente a las clases durante la aplicación de la unidad didáctica. Sin embargo, todos los estudiantes lograron comprender los problemas y utilizar sus propias estrategias para elaborar un plan de solución y llevarlo a cabo, los cuales son pasos esenciales en la resolución de problemas planteados por Pólya (1994). No se evidenció en ninguna de las respuestas de los estudiantes que realizaran una revisión y verificación de las estrategias y planes utilizados para dar solución a los problemas.

El E3 no logró avanzar en los niveles y pasos de resolución de problemas aunque respondió correctamente el estudiante empleo solo los datos en ambos instrumentos y dio respuesta a las preguntas planteadas sin evidenciar avance en los procesos, se nota un desinterés en el estudiante para buscar alternativas y utilizar sus aprendizajes, como lo plantea Pólya (2002) el estudiante pierde el interés en resolver el problema al este ya no ser nuevo para él, ya que era la segunda que se le presentaba el instrumento después de aplicada la unidad didáctica.

Desde el punto de vista de la didáctica, el método heurístico consiste en plantear un problema y orientarlo a encontrar una respuesta correcta, esto mediante el uso repetitivo de la pregunta. En la solución de problema a partir del método heurístico según Pólya (2002) se deben tener en cuenta las etapas: comprensión, concebir un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás.

Teniendo en cuenta, que estos pasos permitieron la elaboración de los instrumentos aplicados en la investigación, se hace un cotejo de la información obtenida de los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Agrícola la Florida con la teoría de George Pólya. A continuación, se describen dichos resultados.

### **5.3.1. Comprensión**

Durante el proceso desarrollado en el instrumento inicial, se evidenció que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión del problema y al suceder esto, afectó la capacidad de resolver los problemas. Teniendo en cuenta que Pólya (2002) indica que para comprender un problema se deben empezar por el enunciado donde el estudiante logre visualizar el problema como un todo, evitando ocuparse de los detalles momentáneamente.

En base a lo anterior, se puede evidenciar que los estudiantes tuvieron dificultad en la comprensión del problema, a pesar que lograron dar correctamente cada uno en las respuestas, se ve claramente que solo intentan con una operación, sin dar uso a diferentes estrategias. Una vez aplicado el instrumento final, los estudiantes leían el problema varias veces y se observó que los estudiantes identificaron la relación entre los datos y la incógnita, aunque ninguno de ellos hace uso de graficas que les permita mejor comprensión, sino que por el contrario usaron directamente la operación que le permitió desarrollar el problema.

### **5.3.2. Concebir un plan**

Para Pólya (1957) concebir un plan es tener una idea útil para solucionar un problema, se debe empezar considerando todas las partes principales de un problema, por ello se debe

considerar el problema desde varios puntos de vista, haciendo uso de conocimientos previos, tratar de ver algo nuevo o útil que lleve a una decisión que permita solucionar el problema.

Analizando el instrumento inicial, se logra evidenciar que los datos fueron suficientes a la hora de resolver el problema y los estudiantes vieron la utilidad para la resolución del problema. Aunque es evidente que los estudiantes escogieron las operaciones para desarrollar el problema, se observa que en la mayoría de los casos los estudiantes escogieron dicha operación sin tener claridad sobre lo que les pedía el problema. Además se puede entender que no desglosan los problemas en otros más pequeños, sino que iban directamente por la operación que escogieran y en su mayoría usaron el mismo método para resolver los demás problemas.

Mientras que en el instrumento final se evidencia en los procesos realizados por los estudiantes ya no fue tan mecánico sino que se tomaron más tiempo para visualizar cual era la operación que brindaba más facilidad a la hora de dar solución a los problemas, permitiendo tener mayor claridad y acierto en sus procesos.

### **5.3.3. Ejecutar el plan**

En este punto Pólya (1957) plantea que se debe empezar por estar seguro que se comprende clara y completamente el problema, al realizar un razonamiento formal o intuitivo, o ya sea con ambos. Durante este proceso se indica que no se debe hacer por hacer a la hora del proceso de resolución de problemas, ya que se debe ser conscientes del para qué hacemos lo que hacemos y si un camino no da la solución hay que abordar otro.

De acuerdo a lo planteado en este paso, durante el instrumento inicial los estudiantes no demuestran dominar este proceso de ejecución del plan, ya que se dirigen rápidamente a solucionar con lo que creen o consideran que es lo correcto; mientras que en el instrumento final ya hacían la pausa a la hora de ejecutar y revisaban si era la opción correcta y adecuada, demostrando así que ya no se basaba solo en la parte intuitiva sino en el razonamiento a la hora de dar solución al problema.

#### **5.3.4. Mirar hacia atrás**

Para Pólya (2002) es muy importante recordar el problema, ya que así permite evidenciar errores y ayuda a decidir la respuesta. Mirar hacia atrás es una de las fases más importantes, puesto que permite al estudiante revisar y reflexionar sobre la solución planteada, de esta manera consolidar sus conocimientos y adquirir aptitudes de resolución de problemas.

En este último paso, se evidencia que en el instrumento inicial el estudiante no busca nuevas formas de encontrar el resultado, ya que como se ha dicho anteriormente, ellos resuelven y hacen operaciones sin saber el porqué de ellas. Por otra parte, en el instrumento final en esta fase, se evidencio que solo un estudiante usa razonamiento un poco más largo y piensa nuevamente en los pasos empleados.



## 6. Conclusiones

Estas intervenciones didácticas permitieron a los estudiantes mostrar y reforzar los procesos de resolución de problemas, brindando herramientas para el análisis. Las relaciones con situaciones de la vida diaria constituyen muestras importantes en que los estudiantes basan sus intervenciones resolutivas en diferentes tipos de conocimiento.

Encontramos que los estudiantes en su gran mayoría se presentaban renuentes a las intervenciones y es por ello que sus respuestas se basaban en la primera impresión y en ocasiones en lo que dijera uno de sus compañeros. Además, con el análisis realizado respecto a los niveles de resolución de problemas en los que se encuentran los estudiantes, se pudo evidenciar que al inicio de la prueba los estudiantes en su mayoría realizaron sumas para hallar la respuesta correcta y en su mayoría logran resolver el problema, pero sin ser conscientes ni hacer un plan para dar la mejor solución.

Además, al observar los resultados de los instrumentos iniciales se demuestra que los estudiantes no tienen claridad sobre los pasos a seguir para resolver un problema, ni realizan la verificación pertinente, ya que para ellos lo más importante es resolverlo sin importar el resultado que obtengan, demostrando así que en los sus niveles de resolución no se evidenciaban de manera clara.

Es por ello, que durante el proceso de intervención didáctica, se logró observar cómo los estudiantes en su mayoría de veces no logran comprender los problemas por no realizar una lectura comprensiva, brindando así un dato importante a la hora de realizar nuevas intervenciones.

Al finalizar las intervenciones, se pudo lograr que los estudiantes realizarán un mayor esfuerzo a la hora de leer y comprender los problemas que se les plantea, además de buscar la información y herramientas disponibles para poder lograr dar una posible solución a los problemas. Es así, como al observar el instrumento final se evidenció que los estudiantes se detuvieron a verificar cada paso realizado, con lo que se dio mejora en el proceso de resolución.

De acuerdo a lo anterior, se logró que los estudiantes realicen un proceso más reflexivo, ya que en las pruebas iniciales solo demostraban interés por finalizar los problemas sin darle prioridad a los resultados, por ello una vez finalizada la intervención los estudiantes no solo realizaban el procesos con una intención, sino que además realizaban una revisión basada en sus propios argumentos, tratando de acertar y tener claridad para explicar su respuesta.

A través de este proceso se logra concluir que los estudiantes lograron aprender los pasos a la hora de resolver un problema, además que adquirieron unas bases importantes a la hora de dar respuesta a una problemática que se les presente a nivel escolar o extraescolar. Además se logra ver claridad sobre la necesidad de fortalecer las habilidades matemáticas y la comprensión lectora.

Como conclusión, el trabajo realizado logró dar respuesta a los objetivos propuestos al inicio del trabajo, permitiendo así que a través de la unidad didáctica los estudiantes lograron reconocer e iniciar los procesos de resolución de problemas propuestos por Pólya y así avanzar en los niveles de resolución propuestos por Tamayo, 2014.

Además, brindar orientaciones específicas a los docentes a la hora de intervenir las competencias resolutivas, así permitir tener y mejorar herramientas que faciliten el desarrollo de habilidades y competencias en los estudiantes.

## **7. Recomendaciones**

A través de la presente investigación se logra evidenciar la relación que existe entre los problemas de resolución de problemas y el contexto en el que se aplican, ya que de acuerdo al contexto, los estudiantes logran asemejar más las problemáticas y asociarlas a su vida diaria, de esta manera ver la necesidad de encontrar mecanismos y estrategias para dar solución a cada una de ellas.

Es por ello, que basados en el proceso de investigación y análisis realizado, se hacen algunas recomendaciones para el desarrollo de futuras investigaciones enfocadas a la resolución de problemas y sus respectivos niveles.

- Se recomienda, tener en cuenta los diferentes grados de básica primaria, puesto que es pertinente implementar estos procesos desde los primeros grados de escolaridad.
- Se recomienda trabajar desde el contexto cercano de los estudiantes, ya que de esta manera se hará más necesario para los estudiantes el adquirir y desarrollar los procesos de resolución de problemas.
- La comprensión de textos y así facilitar la adecuada interpretación de los problemas planteados.
- Es recomendable insistir en la importancia de que los estudiantes sean conscientes de sus procesos de aprendizaje a través de la resolución de problemas logrando así que se desenvuelvan en situaciones reales, por ende, se deben forjar en todos los ambientes de clase espacios para que los estudiantes ejerciten permanentemente la capacidad de desarrollar problemas.

- Tener en cuenta, que el docente debe realizar el diagnóstico con anterioridad a las actividades a desarrollar; estas deben ser enfocadas a comparar, clasificar, ordenar, secuenciar, establecer semejanzas y diferencias, estas se deben trabajar de manera individual y grupal.
- Por lo tanto, es necesario ser flexible ante los diferentes estilos de aprendizaje y así ayudar a cada estudiante a descubrir sus capacidades, sus limitaciones, es decir, no se trata de transmitir un método, sino favorecer procesos de resolución, que le permita entender su razonamiento, aumentar la confianza en sus habilidades matemáticas y así alcanzar un conocimiento más completo.
- Es imperativo entonces recomendar que se realicen capacitaciones permanentes al personal docente, con el fin de acentuar y potencializar la resolución de problemas y herramientas que permitan no solo fortalecer la parte matemática sino las competencias lectoras.
- De manera más específica, se recomienda, que una vez los docentes tengan conocimiento de los procesos y niveles de resolución de problemas potencialicen espacios en los que se puedan interactuar y mejorar los procesos trabajados.

Como conclusión, los espacios, herramientas y conocimiento conceptual, se logra desarrollar habilidades y competencias en los estudiantes, que les permita desenvolverse de manera armoniosa en la sociedad en la que se encuentran.

## 8. Referencias Bibliográficas

- Adúriz-Bravo, A., Badillo, E., Couso, D., & Perafán, G. (2005). *Unidades didácticas en ciencias y matemáticas*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Bachelard, G. (1948). *La formación del espíritu científico*. Buenos Aires: Argos.
- Blanco, J. (Febrero de 1996). La resolución de problemas, una revisión teórica. *Suma*, 11-20.
- Boscán, M., & Klever, K. (Julio-Diciembre de 2012). Metodología basada en el método heurístico de Pólya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*, 10(2), 7-19.
- Botero, L., Andrade, E., & Andrade, L. (2011). La crisis de la multiplicación: una propuesta para la estructuración conceptual. *Voces y silencios: Revista latinoamericana de educación*, 2, 38-64.
- Bransford, J., & Stein, B. (1993). *Importancia de la heurística: solución ideal de problemas*. Nueva York: Labor S.A.
- Camilloni, A. (2001). *Los obstáculos epistemológicos en la enseñanza*. Barcelona: Gedisa.
- Chetty S. (1996). The case study method for research in small- and médium - sized firms. *International small business journal*, vol. 5, octubre – diciembre.
- Chetty, S. (Octubre-Diciembre de 1996). The case study method for research in small- and médium – sized firms. *International small business journal*, 5.
- Corrales, A. R. (2009). La programación a medio plazo dentro del tercer nivel de concreción: Las unidades didácticas. *Revista Digital de Educación Física*, 1(2), 41-53. Recuperado el 7 de Junio de 2019, de

[https://emasf.webcindario.com/La\\_programacion\\_a\\_medio\\_plazo\\_dentro\\_del\\_tercer\\_nivel\\_de\\_concrecion\\_unidades\\_didacticas.pdf](https://emasf.webcindario.com/La_programacion_a_medio_plazo_dentro_del_tercer_nivel_de_concrecion_unidades_didacticas.pdf)

- De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19-58.
- García, J. J. (1998). La creatividad y la resolución de problemas como bases de un modelo didáctico alternativo. *Revista Educación y Pedagogía*, 10(21), 145-174.
- Garrett, R. M. (1984). *Selected cognitive styles and aspects of their relationship to problem solving: an empirical study using problems in physics*. University of Keele: Tesis doctoral.
- Garrett, R. M. (1989). Resolución de problemas, creatividad y originalidad. *Revista Chilena de Educación Química*, 14(1-2), 21-28.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Sexta ed.). México D.F.: McGraw - Hill.
- Ibáñez, J. (1992). La guerra incruenta entre cuantitativistas y cualitativista. *Revista de investigación científica*.
- Instituto colombiano para el fomento de la educación superior (ICFES). (2005). *PRUEBAS SABER: Grupo de evaluación de la educación básica y media*. Bogotá: ICFES.
- Jiménez, M. (2003). El aprendizaje de las ciencias: construir y usar herramientas. *Enseñar Ciencias*, 85(7).
- Kempa, R. F. (1986). Investigación y experiencia didácticas: resolución de los problemas de química y estructura cognitiva. *Enseñanza de las ciencias*, 4(2), 99-110.

- Lemus, C. (2015). *Diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza de métodos estadísticos descriptivos a través de experimentos*. Universidad Nacional de Colombia: Tesis de maestría.
- Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento y Gestión* (20), 165-193.
- Marzano, R. (1997). *Dimensiones del aprendizaje*. Guadalajara: Iteso.
- Maxwell, J. (1998). Designing a Qualitative Study. En D. Bickman, & J. Rog, *Handbook of Applied Social Research Method* (págs. 69-100). California: Thousand Oaks.
- Medina, L. (2017). *Propuesta didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa*. Bogotá. Tesis de maestría: Tecnológico de Monterrey.
- Midgett, C., & Eddins, S. (01 de Marzo de 2001). NCTM's Principles and Standards for School Mathematics: Implications for Administrators. *NASSP Bulletin*, 85(623).  
Obtenido de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.911.8561&rep=rep1&type=pdf>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). *GUÍA N°2: ¿Cómo entender las pruebas SABER y qué sigue?* Bogotá: MEN.



- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias matemáticas*. Obtenido de [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (Enero - Marzo de 2006). *Las distintas pruebas*. Obtenido de Al tablero: <https://www.mineduacion.gov.co/1621/article-107522.html>
- Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M., & Pérez, M. (1998). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en el aula*. Barcelona: GRAO.
- Moreira, M. (2002). La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. *Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias*, 7(1). Obtenido de <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf>
- Nickerson, R, Perkins, D., & Smith, E. (1985). *The Teaching of Thinking*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Novack, J. (1982). *Teoría y práctica de la educación*. Madrid: Alianza Editorial.
- Olarte, K. (2003). *Trabajo en el aula para contribuir a la reconstrucción de la estructura multiplicativa para estudiantes de grado quinto*. Bogotá: ASOCOLME.
- Parra, B. (Diciembre de 1990). Dos concepciones de resolución de problemas. *Revista Educación Matemática*, 2(3), 22-31.
- Pérez, Y., & Beltrán, C. (2009). Las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos. *EduSol*, 9(26), 107-116.
- Pólya, G. (1957). *Cómo resolver un problema*. México: Trillas
- Pólya, G. (2002). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

- Pozo, J., Pérez, M., Domínguez, J., Gómez, M., & Postigo, Y. (1994). *La resolución de problemas*. Madrid: Santillana.
- Rojas, C. (2009). *¿Qué es pensamiento crítico? Sus dimensiones y fundamentos históricos filosóficos*. Obtenido de <https://iealbertolebrun.files.wordpress.com/2013/01/que-es-pensamiento-critico.pdf>
- Sanmartí, N. (2005). La unidad didáctica en el paradigma constructivista. En D. Couso, E. Cadillo, G. Perafán, & A. Adúriz-Bravo, *Unidades didácticas en Ciencias y Matemáticas* (págs. 13-58). Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Sarabia, F. (1999). *Metodología para la investigación en marketing y dirección de empresas*. Madrid: Pirámide.
- Sarabia Sánchez, F. J. (1999). *Metodología para la investigación en marketing y dirección de empresas*, Madrid, Pirámide.
- Schunk, D. (1997). *Teorías del aprendizaje*. México: Pearson Educación.
- Tamayo, O., Zona, J., & Loaiza, Y. (2014). *Pensamiento crítico en el aula de ciencias*. Manizales: Universidad de Caldas.
- Yin, R. K. (1984/1989). *Case Study Research: Design and Methods*, Applied social research Methods Series, Newbury Park CA, Sage.
- Woods, D., Crowe, C., Hoffman, T., & Wrig, J. (1985). Challenges to teaching problem-solving skills. *Chem 13 news*, 1-12.

## Anexos

### Anexo A. Instrumento inicial y final.

A continuación, se muestra la estructura de una prueba no estandarizada con la que se pretende identificar algunas dificultades que presentan los estudiantes en cuanto a la identificación de la operación multiplicación en el marco de la resolución de problemas como los que se plantean en la prueba de competencias SABER.

**Pregunta 1.** La siguiente tabla muestra cuánto cuestan en la juguetería 3, 5 y 7 Pelotas.

Cantidad de pelotas	Costo
3	\$3.600
5	\$6.000
7	\$8.400

¿Cuánto cuesta cada pelota?

**Ayuda:** Todas las pelotas cuestan lo mismo.

### Detalle técnico de la pregunta

<b>CLAVE</b>	B
<b>COMPETENCIA</b>	Razonamiento
<b>AFIRMACIÓN</b>	Genera equivalencias entre expresiones numéricas
<b>JUSTIFICACIÓN</b>	Interpreta formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos.
<b>NIVEL DE DESEMPEÑO</b>	2

**Pregunta 2.** Observa el siguiente aviso:

El precio de un lápiz: \$600

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices?

<p>A</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Número de lápices</th><th>Precio</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td><td>\$600</td></tr> <tr> <td>3</td><td>\$700</td></tr> <tr> <td>4</td><td>\$800</td></tr> </tbody> </table>	Número de lápices	Precio	2	\$600	3	\$700	4	\$800	<p>B</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Número de lápices</th><th>Precio</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td><td>\$620</td></tr> <tr> <td>3</td><td>\$630</td></tr> <tr> <td>4</td><td>\$640</td></tr> </tbody> </table>	Número de lápices	Precio	2	\$620	3	\$630	4	\$640
Número de lápices	Precio																
2	\$600																
3	\$700																
4	\$800																
Número de lápices	Precio																
2	\$620																
3	\$630																
4	\$640																
<p>C</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Número de lápices</th><th>Precio</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td><td>\$1.200</td></tr> <tr> <td>3</td><td>\$1.800</td></tr> <tr> <td>4</td><td>\$2.400</td></tr> </tbody> </table>	Número de lápices	Precio	2	\$1.200	3	\$1.800	4	\$2.400	<p>D</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Número de lápices</th><th>Precio</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td><td>\$1200</td></tr> <tr> <td>3</td><td>\$2400</td></tr> <tr> <td>4</td><td>\$4.800</td></tr> </tbody> </table>	Número de lápices	Precio	2	\$1200	3	\$2400	4	\$4.800
Número de lápices	Precio																
2	\$1.200																
3	\$1.800																
4	\$2.400																
Número de lápices	Precio																
2	\$1200																
3	\$2400																
4	\$4.800																

### Detalle técnico de la pregunta

<b>CLAVE</b>	C
<b>COMPETENCIA</b>	Razonamiento.
<b>AFIRMACIÓN</b>	Genera equivalencias entre expresiones numéricas.
<b>JUSTIFICACIÓN</b>	Compara la información representada en diferentes tablas y gráficos para formular y responder las preguntas.
<b>NIVEL DE DESEMPEÑO</b>	2

**Pregunta 3.** Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas
- B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas
- C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas
- D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas

**Detalle técnico de la pregunta**

<b>CLAVE</b>	C
<b>COMPETENCIA</b>	Resolución
<b>AFIRMACIÓN</b>	Resuelve y formula problemas sencillos de proporcionalidad directa.
<b>JUSTIFICACIÓN</b>	Trabaja sobre números desconocidos y con esos números para dar respuesta a los problemas.
<b>NIVEL DE DESEMPEÑO</b>	2

**Pregunta 4.** Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura. ¿Cuál es la altura total de los cuatro pisos del edificio?

- A. 11 metros
- B. 12 metros
- C. 13 metros
- D. 14 metros

**Detalle técnico de la pregunta**

<b>CLAVE</b>	C
<b>COMPETENCIA</b>	Resolución
<b>AFIRMACIÓN</b>	Resuelve y formula problemas multiplicativos rutinarios de adición repetida.
<b>JUSTIFICACIÓN</b>	Resuelve problemas aditivos (suma y resta) y multiplicativos (multiplicación o división) de composición de medida y de conteo.
<b>NIVEL DE DESEMPEÑO</b>	2

**Pregunta 5.1.** Los costos de la entrada al circo se presentan en la siguiente tabla:

Entrada al circo	costo
Adulto	\$6.000
Niño	\$4.000

¿Cuánto deben pagar 5 adultos para entrar al circo?

- A. \$6.000
- B. \$10.000
- C. \$20.000
- D. \$30.000

#### Detalle técnico de la pregunta

<b>CLAVE</b>	D
<b>COMPETENCIA</b>	Resolución
<b>AFIRMACIÓN</b>	Resuelve y formula problemas rutinarios de adición repetida.
<b>JUSTIFICACIÓN</b>	Utiliza las propiedades de las operaciones, para justificar acciones como multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10 entre otros.
<b>NIVEL DE DESEMPEÑO</b>	2

**Pregunta 5.2.** Con la tabla del ejercicio anterior: Un grupo de niños pagó en total por las entradas al circo \$24.000 ¿Cuántos niños formaban el grupo?


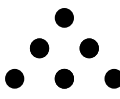
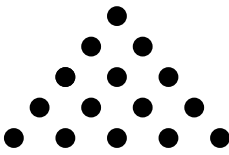
- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12

#### Detalle técnico de la pregunta

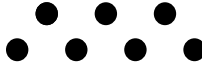
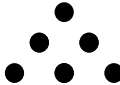
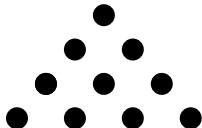
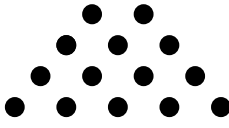
<b>CLAVE</b>	A
<b>COMPETENCIA</b>	Resolución
<b>AFIRMACIÓN</b>	Resuelve y formula problemas rutinarios de adición

	repetida.
<b>JUSTIFICACIÓN</b>	Utiliza las propiedades de las operaciones, para justificar acciones como multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10 entre otros.
<b>NIVEL DE DESEMPEÑO</b>	2

**Pregunta 6.** Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En la secuencia falta la figura que corresponde a la posición 3.

Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4
			

¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?

A. 	B. 
C. 	D. 

#### Detalle técnico de la pregunta

<b>CLAVE</b>	C
<b>COMPETENCIA</b>	Comunicación
<b>AFIRMACIÓN</b>	Construir y describir secuencias numéricas y geométricas.
<b>JUSTIFICACIÓN</b>	Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.

<b>NIVEL DE DESEMPEÑO</b>	2
---------------------------	---

#### Anexo B. Unidad didáctica.

La Institución Educativa Agrícola la Florida, sede San Martín de Porres se encuentra ubicada en la vereda Tres esquinas, la cual linda con la vereda La Estrella, La florida y el Corregimiento el español, sector rural del Municipio de Santa Rosa de Cabal, Risaralda. Es una institución de carácter oficial perteneciente a la Secretaria Departamental, se encuentra al servicio de estudiantes de básica primaria de la vereda tres esquinas, la cual se encuentra ubicada en estrato 1 y teniendo como su mayor producción en el sector agrícola.

**EL CONTEXTO: INTRAESCOLAR (MISIÓN, VISIÓN, RESULTADOS SABER, ASPECTOS A DESTACAR, RESULTADOS DEL INSTRUMENTO INICIAL).**

**Misión:** La institución agrícola La Florida del municipio de Santa Rosa de Cabal es un establecimiento de carácter oficial con una modalidad técnica agrícola que toma como derrotero una pedagogía ecléctica basada en Buenas Prácticas (BPA) que conlleven a la formación de hombres y mujeres capaces de integrar armónicamente la convivencia, la productividad y la competitividad.

La convivencia fundamentada en valores éticos y morales, la productividad en la aplicación de sus conocimientos agrícolas y la competitividad en la formación de microempresas y de este modo contribuir en alguna medida al desarrollo de la economía campesina.

Es decir, pretendemos que nuestra carta de navegación sea la producción agrícola limpia con jóvenes que innoven y fortalezcan este sector, optimizando y conservando los



diferentes recursos naturales para mejorar la calidad de vida personal, social y en un mañana municipal y nacional.

**Visión:** En el 2018 la Institución Educativa Agrícola la Florida de Santa Rosa de Cabal será el centro de la formación integral de técnicos en producción agrícola con los conocimientos para realizar BPA con énfasis en la producción limpia, siendo un modelo de calidad, excelencia; contando con la articulación con el SENA en el programa de técnico profesional en producción agrícola. De esta manera aportará a la comunidad jóvenes con un talento tecnológico y humano, con sentido de pertenencia, solidaridad, compromiso y forjador de un futuro para la sociedad en general.

**Resultados pruebas SABER:** En las recientes pruebas SABER de Matemáticas en grado quinto de la Institución Educativa Agrícola la Florida, se evidencia que el 12% de los estudiantes alcanza el nivel satisfactorio en las competencias matemáticas, por lo que el 60% se encuentra en nivel insuficiente.

**Aspectos a destacar:** La Institución Educativa cuenta con una población rural, la cual se caracteriza por su trabajo en equipo, compromiso y deseos de mejorar sus conocimientos.

**NOMBRE DE LA UNIDAD:** Resolviendo problemas.

<b>ÁREA:</b>	Matemáticas
<b>GRADO:</b>	Quinto
<b>NÚMERO DE SESIONES:</b>	9

**NÚMERO****DE****HORAS:****NÚMERO DE ESTUDIANTES: 4****DOCENTES:** Mayra Zulima Betancourt Agudelo - Juan Pablo Villada Moreno**DESCRIPCIÓN**

Esta propuesta está dirigida a mejorar los métodos de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas específicamente en la competencia de la resolución de problemas para lo cual es conveniente tener en cuenta algunos aspectos, estos son:

Un problema matemático consiste en una o más proposiciones que dan información sobre cosas, personas o eventos y una serie de interrogantes que piden información nueva, contenida en las proporciones enunciadas, pero que no son explícitas.

La capacidad resolutoria de problemas da cuenta de los niveles alcanzados por los estudiantes, los cuales se evidencian en la capacidad de comprender y resolver problemas, de inventarlos y encontrar los resultados de las operaciones aritméticas.

El método heurístico debe trabajarse paso a paso, iniciando con la comprensión de los enunciados de los problemas matemáticos a lo cual se le debe dedicar tiempo para que los estudiantes identifiquen la incógnita y los datos de un problema y puedan establecer relaciones entre estos, es necesario enfatizar que en este paso no se debe resolver el problema. En este paso se debe ayudar al estudiante a través de preguntas como: ¿qué se pide?, ¿qué datos nos dan?, ¿de qué trata el problema?, ¿entiende todo lo que dice?, ¿puede decirme el problema con sus palabras?, ¿distingue cuáles son los datos?, ¿sabe a qué quiere llegar?, ¿hay suficiente información?, ¿hay información extraña?, ¿se parece este problema a algún otro que haya resuelto antes?

Una vez los estudiantes dominen el primer paso se procede al segundo paso que consiste en idear un plan o una idea de solución. Se da inicio al retomar la identificación de los datos y

la incógnita en el enunciado y se implementará una idea de solución basada en el primer paso. Para llevar a los estudiantes a la elaboración del plan de solución se hacen preguntas como: ¿ha realizado un problema similar?, ¿qué pasos ha seguido para resolverlo?, ¿qué idea tiene para solucionar el problema? Y luego se les debe pedir que identifiquen las operaciones necesarias para resolver el problema, resaltando que solo estamos pensando en la idea y aun no es momento de solucionar. De igual manera dentro de este paso se deben plantear problemas matemáticos sencillos y orientarlos a través de los dos primeros pasos.

El tercer paso, que es ejecutar el plan para dar solución al problema, se debe llevar al afianzamiento a través de problemas y preguntas como: ¿está seguro que el paso realizado es correcto?, ¿puede demostrarlo? Luego se da inicio a la solución de los problemas, en donde se les pedirá retomar el plan elaborado e ir analizando cada paso para hallar la solución del problema. En este paso se evidenciará el procedimiento, la paciencia y si al dar una respuesta siguieron el plan planteado inicialmente.

El cuarto y último paso de este método es mirar hacia atrás, allí es importante que los estudiantes comprendan que el problema no termina al dar la respuesta, al contrario se les debe indicar y estimular al análisis y reflexión sobre los procesos resolutivos y las respuestas obtenidas en los diferentes planteamientos, esto a través de preguntas como: ¿es su solución correcta?, ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?, ¿encuentra una solución más sencilla?, ¿cuál era la información importante?, ¿había información contaminante?, ¿podría graficar el plan seguido?, ¿ha tenido algún bloqueo o alguna dificultad? ¿Cuál? ¿Cómo ha superado ese bloqueo o dificultad?, ¿puede verificar el resultado?, ¿se puede obtener el mismo resultado de otro modo?, ¿se puede utilizar este método para resolver otro problema?, ¿se han usado todos los datos?, ¿qué conocimientos ha usado?, ¿qué ha aprendido?

En este punto, los estudiantes deberán hacer reflexión y análisis para comprender e interpretar todo el procedimiento realizado, en donde el docente debe ver las respuestas obtenidas y qué alternativa de solución podría implementar. Además, se debe inculcar en los estudiantes que el revisar el resultado es importante, ya que, garantiza el desarrollo de habilidades resolutivas para posteriores problemas matemáticos.

De acuerdo a lo anterior, se plantean algunas actividades que se pueden realizar:

Se puede plantear diferentes problemas con el fin que los estudiantes resuelvan al integrar todos los pasos del procedimiento heurístico y al tiempo que desarrollan, realizar la adecuada observación de todo el proceso resolutivo que realice el estudiante.

Los estudiantes deben inventar problemas matemáticos ya que así desarrollan su creatividad y logran elaborar problemas contextualizados a su desarrollo o comprensión, seguidamente es importante que los resuelvan teniendo en cuenta todos los pasos trabajados y así el docente observará y analizará la comprensión e interiorización que tienen los estudiantes sobre la estrategia heurística.

Para finalizar, el docente realizará un diagnóstico (Instrumento final) para evidenciar el avance que hayan alcanzado los estudiantes en el proceso resolutivo de problemas matemáticos a través del método heurístico.

SABERES	Conceptuales	Procedimentales	Actitudinales
	Operaciones matemáticas, (suma, resta y multiplicación )	<p>proponer y verificar las diversas de dar solución a problemas matemáticos.</p> <p>realizar operaciones multiplicativas.</p> <p>diseñar un método para resolver problemas.</p> <p>formular hipótesis sobre el proceso de resolver problemas.</p> <p>emplear el método diseñado para resolver problemas.</p> <p>explorar diversas formas de dar solución a los mismos problemas.</p>	<p>demostrar interés y gusto por las actividades de resolución de problemas.</p> <p>motivación en el aprendizaje de procesos matemáticos.</p> <p>mostrar respeto por las opiniones de los demás.</p> <p>demostrar disposición y participación activa durante las actividades.</p>
<b>OBJETIVO GENERAL</b>	Al finalizar la unidad didáctica, las estudiantes del grado quinto, estarán en capacidad de dar solución a diferentes problemas matemáticos explorando formas para hacerlo y utilizando las herramientas necesarias para cada proceso. Además de inventar problemas y aplicar sus conocimientos en la cotidianidad.		

<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS (DE APRENDIZAJE)</b>	Al finalizar la unidad didáctica, las estudiantes estarán en capacidad de: ·Formular hipótesis acerca de la solución a un problema. ·Diseñar, ejecutar y validar el método empleado para la resolución de problemas. ·Evaluar el método empleado en la solución del problema. ·Explicar los diferentes métodos para resolución de problemas y aplicarlos en otros problemas.	
<b>DBA</b>	Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación.	
<b>Pensamiento numérico</b>	Resuelve problemas que requieren reconocer un patrón de medida.	
<b>EVALUACIÓN</b>	<b>Desempeño</b>	<b>Formas e instrumentos</b>
	Reconoce la incógnita, los datos y la pregunta en la situación problema que se le plantea. Compara otros problemas semejantes. Utiliza un método para dar solución al problema. Toma ejemplo de las analogías para dar solución al problema. Emplea todos los datos. Emplea las nociones concernientes al problema.	lápiz y papel instrumentos entrevista. autoevaluación co-evaluación heteroevaluación

<b>SESIONES</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
Con base en el método o heurístico de Pólya	Exploración de ideas previas	Actividad de agrupamiento	Actividad de encajamiento	Actividad de número de veces	Actividad de relaciones de correspondencia.	Comprensión del problema.	Elaboración de un plan	Ejecución de un plan	Visión retrospectiva	Prueba final.

### **SESIÓN 1 EXPLORACIÓN DE IDEAS PREVIAS**

Duración: 2 horas.

Tema: Instrumento inicial.

Objetivo: Identificar los niveles de resolución de problemas que tienen los estudiantes.

#### **Actividades:**

1. Se realizará la aplicación del instrumento inicial. Previamente se les leerá cada problema para que se contextualicen. (ver anexo 1)

Evaluación: Se recogerá los trabajos del instrumento inicial.

Recursos: Fotocopias de la instrumento inicial.

### **SESIÓN 2 AGRUPAMIENTOS**

Duración: 2 horas.

Tema: AGRUPAMIENTOS (agrupar y operar con grupos.)

Objetivo: realizar composición y descomposiciones de números.

DBA: Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.

**Actividades:**

1. Cada estudiante obtiene 10 vasos con 10 fichas cada uno, se les pide poner 5 fichas en cada uno de los recipientes, se pregunta a los estudiantes ¿Cómo harían para calcular la cantidad total de fichas?
2. Después de escuchar las respuestas de los estudiantes, se le pide a uno de ellos que cuente la cantidad de fichas utilizando la estrategia de contar en saltos de 5 en 5.
3. Se da otros ejemplos, si tengo 6 recipientes e introduzco 10 fichas en cada recipiente, ¿Cuántas fichas tendré en total? Se pide a los estudiantes que cuenten la cantidad de fichas como quieran sumas repetidas o por saltos de 10 en 10, el estudiante debe descubrir que hay 60 fichas en total. Se escribe en el tablero los procedimientos utilizados para contar
4. Ahora el estudiante debe representar un problema con ayuda de las fichas y los vasos. Marco tiene 4 bolsas de manzanas. Hay 6 manzanas en cada bolsa. ¿Cuántas manzanas tienen marco en total? Se guía al estudiante para que tome 4 recipientes e introduzca 6 fichas en



cada uno. Cada recipiente representa una bolsa y cada ficha una manzana. Se solicita que cuente de nuevo para descubrir la cantidad de fichas.

Evaluación: Se observará las estrategias utilizadas por los estudiantes para dar respuesta a las preguntas planteadas.

Recursos: 10 vasos, 10 fichas, problemas matemáticos.

### **SESIÓN 3 ENCAJAMIENTOS**

Duración: 2 horas.

Tema: Encajamientos (relaciones parte todo)

Objetivo: Desarrollar la relación parte todo, sumar grupos iguales de manera más amplia con mayor significado.

DBA: Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.

#### **Actividades:**

1. Se presenta a los estudiantes una tabla de cuadrados, y cuadrados individuales. Con esto se empieza a realizar preguntas acerca de la cantidad de cubos de la siguiente manera:

¿Cuántos cuadrados de 10 formamos un cuadrado de 50?

¿Cuántos cuadrados de 5 hacemos un grupo de 25 cuadrados?

¿Cuántos grupos de 15 cuadrados caben exactamente en un grupo de 100 cuadrados?

Se preguntan las situaciones inversas ¿en un grupo de 15 cuadrados caben exactamente cuántos grupos de 6? ¿Cuántos grupos de 6 cuadrados caben en un grupo de 15 cuadrados?

El estudiante debe escribir los procedimientos realizados para resolver cada pregunta.

Además de decir cuántos grupos caben exactamente y cuántos sobran.

Evaluación: Se observará las estrategias utilizadas por los estudiantes para dar respuesta a las preguntas planteadas.

Recursos: Tabla de cuadrados, cuadrados individuales.

#### **SESIÓN 4 NÚMERO DE VECES**

Duración: 2 horas.

Tema: NÚMERO DE VECES (multiplicación de cantidades)

Objetivo: Desarrollar el pensamiento en torno a cuantas veces se multiplica una cantidad o en cuantas cantidades iguales se divide una cantidad.

DBA: Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.

#### **Actividades:**

1. Se les reparte a los estudiantes bloques encajables y una tabla de 10 cuadrículas por 2. Donde se consignará el resultado de cada etapa.
2. Comienza la actividad en la etapa 0, se presenta porque tenemos 0 bloques, se consigna en la tabla.
3. Pide a los estudiantes construir una torre de 5 bloques, en la etapa 1 una torre de 5 bloques lo que corresponde a  $1 \times 5 \text{ bloques} = 5 \text{ bloques}$ , consigna en la tabla.
4. Etapa dos se construyen dos torres de 5 bloques cada una. Lo que corresponde a  $5 \text{ bloques} + 5 \text{ bloques}$  son 10 bloques,  $2 \times 5 \text{ bloques} = 10 \text{ bloques}$ .
5. Etapa 3, se presentan 3 torres de 5 bloques cada una, lo que corresponde  $5 \text{ bloques} + 5 \text{ bloques} + 5 \text{ bloques}$  que son 15 bloques,  $3 \times 5 \text{ bloques} = 15 \text{ bloques}$ .

Toda la información se debe consignar en la tabla, ahora se les pregunta a los estudiantes ¿cuál es el patrón? Se explica que deben observar los bloques en la etapa 0, en la etapa 1, en la etapa 2, en la etapa 3 y encontrar un patrón con el fin de continuar la secuencia.

6. Los estudiantes construyen solos la etapa 4 y 5, luego realiza las siguientes preguntas: ¿Cuántas torres habrá en la etapa 10? ¿Cuántos bloques habrá en la etapa 10? ¿Cómo lo saben?
7. Entregar a los estudiantes una nueva tabla vacía para que empiecen el procedimiento desde la etapa 0 y construyan desde ahí, se realizan preguntas y se indica cuántos bloques debe tener la torre.

Evaluación: Se observará las estrategias utilizadas por los estudiantes para dar respuesta a las preguntas planteadas, al igual que los procedimientos.

Recursos: Bloques encajables, tabla, lápiz.

ETAPA O	ETAPA 1	ETAPA 2	ETAPA 3	ETAPA 4	ETAPA 5	ETAPA 6	ETAPA 7	ETAPA 8	ETAPA 9	ETAPA 10

## **SESIÓN 5 RELACIONES DE CORRESPONDENCIA**

Duración: 2 horas

Tema: RELACIONES DE CORRESPONDENCIA (resolución de problemas)

Objetivo: Utilizar los pasos trabajados en la resolución de problemas.

DBA: Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.

## **SESIÓN 6 Y 7 COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA Y ELABORACIÓN DE UN PLAN**

Duración: 2 horas, cada sesión.

Tema: **COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA** (datos, incógnita y concebir plan de solución al problema)

Objetivo: Identificar los datos y la incógnita en el problema matemático para implementar una idea de solución.

DBA: Interpretar, formular y resolver problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.

### **Actividades:**

#### **Sesión #1**

1. Presentar a los estudiantes dos problemas matemáticos para que realicen el análisis de cada uno de ellos, a través de la orientación con preguntas como: ¿cuál es la incógnita o las incógnitas?, ¿cuáles son los datos que nos da el problema?, ¿es suficiente la información del problema?, ¿crees que falta algún dato? (ver anexo 3)
2. Seguidamente se orienta a los estudiantes a elaborar un plan de solución al problema, esto se puede orientar a través de preguntas como: ¿ha realizado un problema parecido?, ¿qué pasos siguió para resolverlo?, ¿qué idea tiene para dar solución a este problema?
3. Se les pedirá que identifiquen las operaciones necesarias para resolver el problema.

#### **Sesión # 2**

1. se retomará los problemas trabajados en la sesión #1, los cuales ya tendrán los datos e incógnitas, para realizar la revisión y análisis de las soluciones planteadas para resolver el problema. Es importante, no olvidar que aún no debe ser resuelto.
2. Se realizará una pequeña prueba sobre la operación de la multiplicación, para determinar el desempeño de los estudiantes.

Evaluación: Se recogerá los trabajos y propuestas de los estudiantes ante los problemas matemáticos presentados. Además, se tendrá en cuenta las respuestas de los estudiantes para evidenciar sus procesos.

Recursos: Problemas matemáticos y hojas con multiplicaciones.

## **SESIÓN 8 EJECUCIÓN DE UN PLAN**

Duración: 2 horas, cada sesión.

Tema: Ejecutar el plan para la solución de los problemas

Objetivo: Consolidar las estrategias resolutivas de los estudiantes a través de problemas matemáticos

DBA: Comprende la probabilidad de obtener ciertos resultados en situaciones sencillas.

### **Actividades:**

1. Se retomarán los problemas de las sesiones anteriores y su respectivo plan de solución, se ejecutarán y se realizará observación de cada uno de los planes para dar solución al

problema. En este proceso se observará la seguridad con la que los estudiantes realizan el procedimiento y se evidenciará si siguen el plan inicial.

Evaluación: Observar los procedimientos y estrategias utilizadas por los estudiantes para desarrollar los pasos que se han trabajado hasta el momento.

Recursos: Fotocopias con los problemas

## **SESIÓN 9 VISIÓN RETROSPECTIVA**

Duración: 2 horas, cada sesión.

Tema: Mirada retrospectiva de la resolución de problemas

Objetivo: Incentivar a los estudiantes de grado quinto para que analicen y reflexionen sobre los procesos de resolución de problemas usados para obtener los resultados en los problemas matemáticos planteados.

DBA: Resuelve problemas de proporcionalidad directa.

### **Actividades:**

1. A partir de los problemas planteados en las sesiones anteriores los estudiantes realizarán reflexión y análisis para comprender e interpretar el procedimiento realizado y así entender el asertividad de las respuestas dadas.
2. Se plantean varios problemas para que los estudiantes resuelvan teniendo en cuenta los procesos del método heurístico previamente trabajados, algunos de los problemas tendrán algunos datos adicionales. (ver anexo 4)

3. Se les pedirá a los estudiantes que invente o propongan un problema. Esto con el fin de evidenciar la interiorización de procesos.

## **SESIÓN 10 INSTRUMENTO FINAL**

Duración: 2 horas.

Tema: prueba final.

Objetivo: Identificar los niveles de resolución de problemas que tienen los estudiantes.

### **Actividades:**

1. En esta última semana se aplicará el instrumento final y se recogerá los resultados obtenidos para posteriormente analizar y concluir sobre el trabajo realizado. (ver anexo 1)

Evaluación: Se tendrá en cuenta los procesos de reflexión y análisis a través de los problemas trabajados, teniendo en cuenta los pasos del método heurístico.

Recursos: Fotocopias con los problemas, fotocopias instrumento final y hojas para resolver.



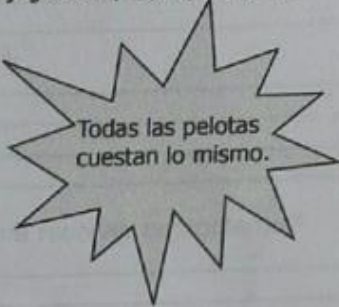
## Anexo C. Instrumento inicial E 1.

Isabella duque main

### SITUACIONES PROBLEMA

La siguiente tabla muestra cuánto cuestan, en una juguetería, 3, 5 y 7 pelotas.

Cantidad de pelotas	Costo
3	\$3.600
5	\$6.000
7	\$8.400



Todas las pelotas cuestan lo mismo.

¿Cuánto cuesta una pelota?

A. \$1.000  
 B. **\$1.200**  
 C. \$3.600  
 D. \$8.400

### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 + 1.200 \\
 + 1.200 \\
 + 1.200 \\
 \hline
 3.600
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
cuanto vale una pelota
2. ¿Qué datos se presentan?  
la cantidad de pelotas y el costo
3. ¿De qué trata el problema?

de pelotas

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

hacer una suma

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

la suma

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

conte en tres veces y medio el número que  
balen las pelotas

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no ninguna

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

haciendo una suma

Observa el siguiente aviso:

**El precio de un lápiz: \$600**

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices?

A.

Número de lápices	Precio (\$)
2	600
3	700
4	800

B.

Número de lápices	Precio (\$)
2	620
3	630
4	640

C.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	1.800
4	2.400

D.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	2.400
4	4.800

### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 + 600 \\
 + 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 1800
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 600 \\
 + 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 2400
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 600 \\
 + 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 1200
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?
- de la piz



2. ¿Qué datos se presentan?  
el costo de los de los la pir
3. ¿De qué trata el problema?  
de resolverlo
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
con una suma
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
una suma
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?  
que conte en tres veces y despues en cuatro  
veces y despues en dos veces
7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?  
Si
8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?
9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?  
Si porque habian muchas

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

por que me explicaron

Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
- B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
- ☒ C. ~~Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.~~
- D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} + 20 \\ - 10 \\ \hline 30 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ - 10 \\ \hline 20 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

pepe y luis y sus canicas

2. ¿Qué datos se presentan?

que pepe tiene mas canicas que luis

3. ¿De qué trata el problema?

de canicas

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?



hacer una operacion

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

una suma y una resta

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

con la operacion y el resultado que me dio

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

SI por que respondi lo que era

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

SI haciendo la operacion por que casi no  
entendi el problema

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

por que al final lo entendimos

Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura.

¿Cuál es la altura total de los cuatro pisos del edificio?

- A. 11 metros.
- B. 12 metros.
- ☒ C. 13 metros.
- D. 14 metros.

### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 3 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ \hline 7 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

La altura total de cuatro pisos de un edificio.  
de edificios

2. ¿Qué datos se presentan?

de metros

3. ¿De qué trata el problema?

de edificios

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

con sumas

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

suma



6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

por la operacion que hice

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si por que respondi correcto

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

Si (1) por que casi no lo entiendo

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

entendi por que me explicaron

Los costos de las entradas al circo se presentan en la siguiente tabla:

ENTRADA AL CIRCO	
	Costo
Adulto	\$ 6.000
Niño	\$ 4.000



¿Cuánto deben pagar 5 adultos para entrar en el circo?

- A. \$ 6.000
- B. \$10.000
- C. \$20.000
- ☒ D. \$30.000

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 6000 \\
 + 6000 \\
 6000 \\
 6000 \\
 6000 \\
 \hline
 30000
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
cuanto deben pagar cinco adultos
2. ¿Qué datos se presentan?  
los precios
3. ¿De qué trata el problema?  
de un circo
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
con una suma
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
con una suma

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

con el resultado que me dio

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si por que me quedo bien

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no ninguna

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

hice una operación

Un grupo de niños pagó en total por las entradas al circo \$24.000. ¿Cuántos niños formaban el grupo?

- ☒ A. 6  
 B. 8  
 C. 10  
 D. 12

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 4000 \\
 4000 \\
 4000 \\
 + 4000 \\
 4000 \\
 4000 \\
 \hline
 24.000
 \end{array}$$

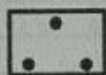


1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
un grupo de niños pago en total por las  
entradas al circo 24.000
2. ¿Qué datos se presentan?  
el precio de un niño
3. ¿De qué trata el problema?  
que un grupo de niños y bon a entrar al  
circo
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
hacer una suma
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
con una suma
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?  
con la operacion que hice
7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?  
Si por el ~~61~~ resultado
8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?
9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?  
Si casi que no hago la operacion

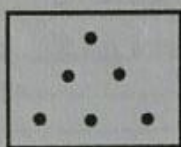
10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

haciendo una operacion

Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura que corresponde a la posición 3.



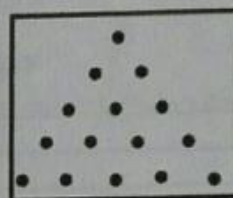
Posición 1



Posición 2

?

Posición 3



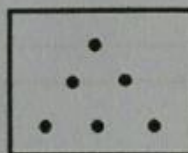
Posición 4

¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?

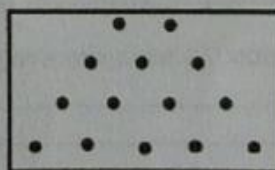
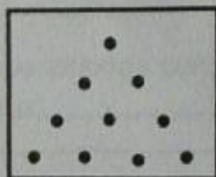
A.



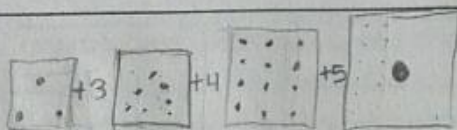
B.



D.



## OPERACIÓN



1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
buscar la figura que (el) le corresponde a la tercera
2. ¿Qué datos se presentan?  
unas figuras
3. ¿De qué trata el problema?  
de figuras
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
en hacer una suma
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
Sumar
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?  
por el resultado



7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si por el resultado quedo la operación

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

Si haciendo la operación

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

a la segunda vez la entendi



unas pelotas

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

Una División

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

hacer una División

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

Dividiendo cuanto Valen Por cantidad de pelotas

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si me dio el resultado

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

No

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

con la División



Observa el siguiente aviso:

**El precio de un lápiz: \$600**

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices?

A.

Número de lápices	Precio (\$)
2	600
3	700
4	800

B.

Número de lápices	Precio (\$)
2	620
3	630
4	640

~~C.~~

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	1.800
4	2.400

D.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	2.400
4	4.800

### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} + 600 \\ + 600 \\ \hline 1200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 1200 \\ + 600 \\ \hline 1800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 1800 \\ + 600 \\ \hline 2400 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

el precio de 2, 3 y 4 lápices

2. ¿Qué datos se presentan?

el precio y Numero de lapices

3. ¿De qué trata el problema?

de lapices

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

unas sumas

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

sumas

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

Suma los lapices en dos veces y en tres y en cuatro

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

NO

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

haciendo la operacion

Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
- B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
- ☒ C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.
- D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} + 20 \\ 70 \\ \hline 30 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ - 10 \\ \hline 20 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

las canicas que tiene Luis y pepe

2. ¿Qué datos se presentan?

todas las canicas

3. ¿De qué trata el problema?

de canicas

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?



Sumar y restar

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

hacer una suma y resta.

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

con lo que hice me dio la respuesta

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

NO

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

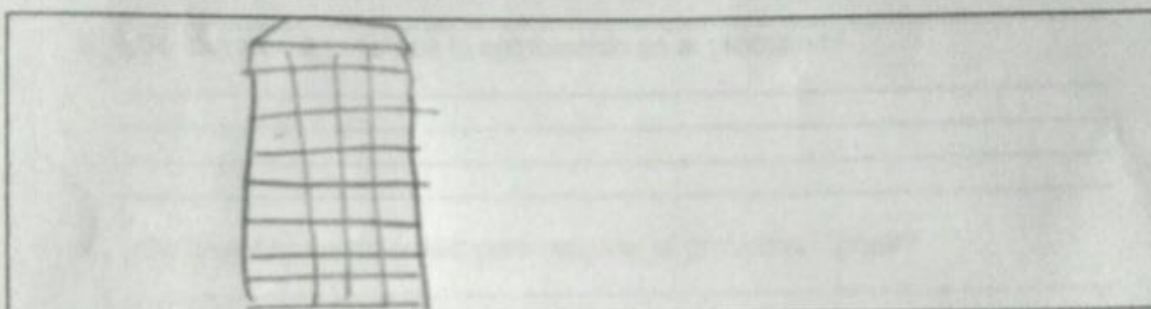
haciendo la operación

Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura.

¿Cuál es la altura total de los cuatro pisos del edificio?

- A. 11 metros.
- B. 12 metros.
- C. 13 metros.
- D. 14 metros.

#### OPERACIÓN



1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

La altura de pisos

2. ¿Qué datos se presentan?

Tos metros

3. ¿De qué trata el problema?

Un edificio

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

Si, no entendi

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

Los costos de las entradas al circo se presentan en la siguiente tabla:

ENTRADA AL CIRCO	
	Costo
Adulto	\$ 6.000
Niño	\$ 4.000



¿Cuánto deben pagar 5 adultos para entrar en el circo?

- A. \$ 6.000
- B. \$10.000
- C. \$20.000
- ☒ D. \$30.000

### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 6000 \\
 6000 \\
 6000 \\
 + 6000 \\
 6000 \\
 \hline
 30000
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

Cuanto deben pagar 5 adultos

2. ¿Qué datos se presentan?

Precios

3. ¿De qué trata el problema?

Precios de un Circo

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

Una suma

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

Sumar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

Sumar 5 veces y me dio la respuesta

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

SI

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

NO

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

Sumando

Un grupo de niños pagó en total por las entradas al circo \$24.000. ¿Cuántos niños formaban el grupo?

- X 6  
B. 8  
C. 10  
D. 12

#### OPERACIÓN

4000
4000
4000
4000
4000
+
4000
24000



1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

cuantos niños pueden entrar

2. ¿Qué datos se presentan?

Entrada de niños

3. ¿De qué trata el problema?

niños que pagan entrada a un circo

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

Una suma

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

Sumar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

Sumando 6 veces y me dio la respuesta

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

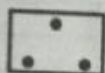
9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

NO

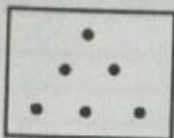
10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

Sumando

Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura que corresponde a la posición 3.



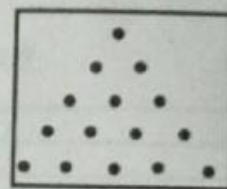
Posición 1



Posición 2

?

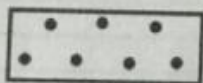
Posición 3



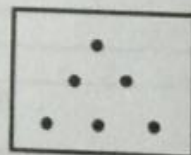
Posición 4

¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?

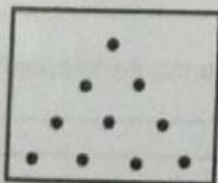
A.



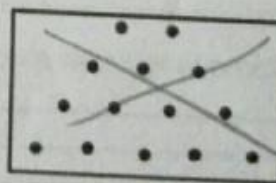
B.



C.



D.



## Anexo E. Instrumento inicial E 3.

maria norma franco Lopez

### SITUACIONES PROBLEMA

La siguiente tabla muestra cuánto cuestan, en una juguetería, 3, 5 y 7 pelotas.

Cantidad de pelotas	Costo
3	\$3.600
5	\$6.000
7	\$8.400

Todas las pelotas cuestan lo mismo.

¿Cuánto cuesta una pelota?

A. \$1.000  
☒ B. ~~\$1.200~~  
 C. \$3.600  
 D. \$8.400

### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 1.200 \\
 1.200 \\
 1.200 \\
 \hline
 3.600
 \end{array}$$

- ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
cuan to cuesta una pelota
- ¿Qué datos se presentan?  
La cantidad de pelotas y el costo
- ¿De qué trata el problema?



## De Pelotas

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
en hacer una suma
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
una suma
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?  
conte en tres veces el mismo número y medio lo que vale tres pelotas.
7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?  
sí por que nos permitió llegar a la respuesta
8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?
9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?  
no ninguna
10. ¿Cómo logró superar las dificultades?  
hice una suma y me dio el resultado

Observa el siguiente aviso:

**El precio de un lápiz: \$600**

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices?

A.

Número de lápices	Precio (\$)
2	600
3	700
4	800

B.

Número de lápices	Precio (\$)
2	620
3	630
4	640

D.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	1.800
4	2.400

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	2.400
4	4.800

### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 1.200
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 600 \\
 + 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 1.800
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 600 \\
 + 600 \\
 + 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 2.400
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

de responder cuál es el precio de 2, 3 y 4  
lápices



2. ¿Qué datos se presentan?  
numero de lapices y precio
3. ¿De qué trata el problema?  
de lapices
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
en hacer una suma
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
en hacer sumas
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?  
sume las veces necesarias y me dio el resultado
7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?  
si
8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?
9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?  
No ninguna

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

hice una suma y me dio el resultado

Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
- B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
- ☒ C. ~~Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.~~
- D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 10 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 10 \\ \hline 20 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

que pepe tenía el doble de canicas que Luis

2. ¿Qué datos se presentan?

(que pepe) (que pePeñic) que pepe tenía mas canicas que Luis

3. ¿De qué trata el problema?

de canicas

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?



hacer una operación

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

una resta y una suma

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

con la operación y el resultado que me dio.

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

sí por que respondí la que era

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

sí haciendo la operación por que casi no entendí el problema

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

por que al final



Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura.

¿Cuál es la altura total de los cuatro pisos del edificio?

- A. 11 metros.
- B. 12 metros.
- ☒ C. 13 metros.
- D. 14 metros.

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 3 \\ + 3 \\ + 4 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ + 3 \\ + 3 \\ \hline 13 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
la altura total de cuatro pisos de un edificio
2. ¿Qué datos se presentan?  
los metros
3. ¿De qué trata el problema?  
de un edificio y de metros
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
con una suma
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
una suma

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

con el resultado que me dio

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si por que respondi correcto

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

si por que no lo entendi bien la primer vez

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

nos explicaron y entendi

Los costos de las entradas al circo se presentan en la siguiente tabla:

ENTRADA AL CIRCO	
	Costo
Adulto	\$ 6.000
Niño	\$ 4.000

¿Cuánto deben pagar 5 adultos para entrar en el circo?

- A. \$ 6.000
- B. \$10.000
- C. \$20.000
- D. \$30.000**

### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 6000 \\
 6000 \\
 + 6000 \\
 6000 \\
 6000 \\
 \hline
 30.000
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
cuanto deben pagar cinco adultos para entrar al circo.
2. ¿Qué datos se presentan?  
los precios
3. ¿De qué trata el problema?  
de la entrada a un circo
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
usar una suma.
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
una suma



6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

con la operación que hice y el resultado que me dio

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si por que me dio un buen resultado

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no ninguna

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

hice la operacion y me dio el resultado

Un grupo de niños pagó en total por las entradas al circo \$24.000. ¿Cuántos niños formaban el grupo?

- A. 6  
B. 8  
C. 10  
D. 12

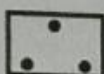
#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 4000 \\
 4000 \\
 + 4000 \\
 4000 \\
 4000 \\
 \hline
 24.000
 \end{array}$$

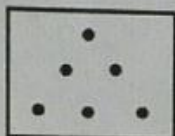
1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
cuantos niños pueden entrar al circo con 24.000
2. ¿Qué datos se presentan?  
el precio de un solo niño para entrar al circo
3. ¿De qué trata el problema?  
que un grupo de niños pago 24.000 para entrar al circo
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
en hacer una suma
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
una suma
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?  
con el resultado queda
7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?  
si por el resultado que dio
8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?
9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?  
si casi que no hago la operación para sacar el resultado

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?  
*haciendo una suma*

Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura que corresponde a la posición 3.



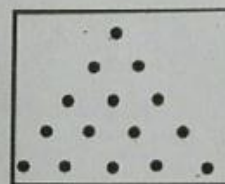
Posición 1



Posición 2

?

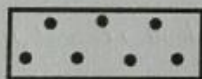
Posición 3



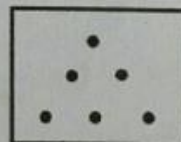
Posición 4

¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?

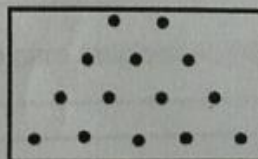
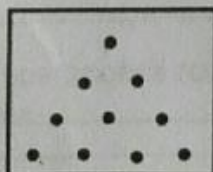
A.



B.



D.





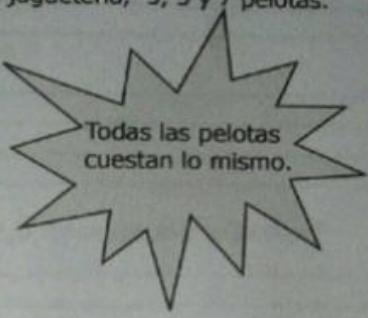
## Anexo F. Instrumento inicial E 4.

Juan Esteban

**SITUACIONES PROBLEMA**

La siguiente tabla muestra cuánto cuestan, en una juguetería, 3, 5 y 7 pelotas.

Cantidad de pelotas	Costo
3	\$3.600
5	\$6.000
7	\$8.400



Todas las pelotas cuestan lo mismo.

¿Cuánto cuesta una pelota?

A. \$1.000  
B. \$1.200  
C. \$3.600  
D. \$8.400

**OPERACIÓN**

$$\begin{array}{r} 3'6000 \div 3 \\ \underline{06'000} \\ 1200 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
Cuanto cuesta una Pelota
2. ¿Qué datos se presentan?  
la cantidad de Pelotas y lo que cuestan
3. ¿De qué trata el problema?

de unas pelotas

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

hacer una división

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

una división

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

dividi el costo de 3.600 por la cantidad de 3 pelotas y me dio lo que cuesta la pelota

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si por que supe la respuesta

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

No

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

haciendo una división



Observa el siguiente aviso:

**El precio de un lápiz: \$600**

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices?

A.

Número de lápices	Precio (\$)
2	600
3	700
4	800

B.

Número de lápices	Precio (\$)
2	620
3	630
4	640

C. X

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	1.800
4	2.400

D.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	2.400
4	4.800

### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 1200
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 1200
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 600 \\
 \times 600 \\
 \hline
 2400
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

El precio de 2, 3 y 4 lápices

2. ¿Qué datos se presentan?

El precio y número de lápices

3. ¿De qué trata el problema?

de lápices

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

hacer sumas

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

sumas

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

Suma el precio de un lápiz 2, 3 y 4 veces

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

SI

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

NO

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

con las sumas

Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
- B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
- ☒ C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.
- D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 10 \\ \hline 30 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

Saber cuántas canicas tiene Pepe y Luis

2. ¿Qué datos se presentan?

Numero de canicas y que Luis tiene mas

3. ¿De qué trata el problema?

Unas canicas

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?



Sumar las canicas de Pepe y las de Luis

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

una suma

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

con la suma que hice me dio el número de canicas que tienen

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

con la suma

Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura.

¿Cuál es la altura total de los cuatro pisos del edificio?

- A. 11 metros.
- B. 12 metros.
- C. 13 metros. ☒
- D. 14 metros.

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ \hline 13 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

Saber la altura de los cuatro pisos del edificio

2. ¿Qué datos se presentan?

105 metros

3. ¿De qué trata el problema?

de los metros de los pisos

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

una suma

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

una suma

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

Sumo los meteos y me da la operacion

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

No

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

con la suma

Los costos de las entradas al circo se presentan en la siguiente tabla:

ENTRADA AL CIRCO	
	Costo
Adulto	\$ 6.000
Niño	\$ 4.000



¿Cuánto deben pagar 5 adultos para entrar en el circo?

- A. \$ 6.000
- B. \$10.000
- C. \$20.000
- D. \$30.000 X

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 6000 \\ \times 5 \\ \hline 30.000 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

cuanto pagan cinco adultos para entrar al circo

2. ¿Qué datos se presentan?

precios

3. ¿De qué trata el problema?

de la entrada al circo

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

hacer una multiplicación

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

multiplicar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

Multiplcando el Costo del adulto por cinco  
adulitos y me dio la respuesta

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

Multiplcando

Un grupo de niños pagó en total por las entradas al circo \$24.000. ¿Cuántos niños formaban el grupo?

- A. 6 X  
B. 8  
C. 10  
D. 12

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 4000 \\ \times 6 \\ \hline 24000 \end{array}$$



1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

Cuántos niños pueden entrar al circo con  
24.000

2. ¿Qué datos se presentan?

El precio de niño

3. ¿De qué trata el problema?

en circo y la entrada

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

multiplicación

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

multiplicar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

Multiplique el costo de un niño por 3615  
niños

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

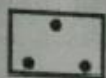
9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

No

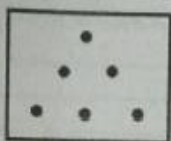
10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

naciendo la multiplicación

Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura que corresponde a la posición 3.



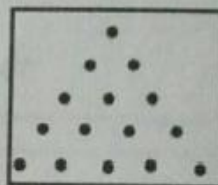
Posición 1



Posición 2

?

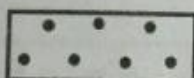
Posición 3



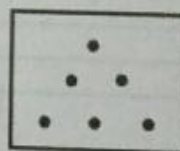
Posición 4

¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?

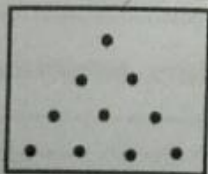
A.



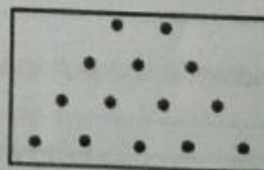
B.



C.



D.

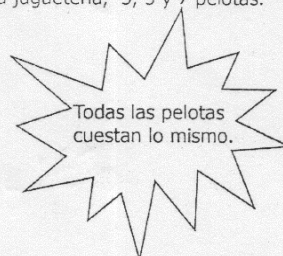


## Anexo G. Instrumento final E 1.

## SITUACIONES PROBLEMA

La siguiente tabla muestra cuánto cuestan, en una juguetería, 3, 5 y 7 pelotas.

Cantidad de pelotas	Costo
3	\$3.600
5	\$6.000
7	\$8.400



¿Cuánto cuesta una pelota?

- A. \$1.000
- B. \$1.200
- C. \$3.600
- D. \$8.400

## OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 1.200 \\
 + 1.200 \\
 1.200 \\
 \hline
 3.600
 \end{array}$$

- ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
sumar 3 veces el valor correspondiente  
para comprobar tu operación
- ¿Qué datos se presentan?  
el costo de las pelotas
- ¿De qué trata el problema?  
de suma básica



4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

sumar 3 veces el valor correspondido  
para encontrar el resultado  
correcto

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

suma básica y la cantidad

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

porque me dio el valor principal

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si estoy satisfecha con mi  
trabajo y me dio el valor  
principal

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no ninguno en absoluto estaba fácil

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

sumando y poniendo atención a la  
lectura

Observa el siguiente aviso:

El precio de un lápiz: \$600

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices?

A.

Número de lápices	Precio (\$)
2	600
3	700
4	800

B.

Número de lápices	Precio (\$)
2	620
3	630
4	640

**C.**

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	1.800
4	2.400

D.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	2.400
4	4.800

OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} + 600 \\ 600 \\ \hline 1.200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 600 \\ 600 \\ 600 \\ \hline 1.800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ + 600 \\ 600 \\ 600 \\ \hline 2.400 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

hay que sumar o multiplicar  
para encontrar el resultado

2. ¿Qué datos se presentan?

## los valores de lapices principales

3. ¿De qué trata el problema?

de suma y multiplicación básica

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

una suma o multiplicación básica

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

suma básica y multiplicación

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

porque me dio el resultado principal de la operación

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si estoy satisfecha y me dio el valor correcto

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no todo estuvo fácil

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

poniendo atención y concentrándome



Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
- B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
- C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.
- ☒ D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} + 30 \\ + 30 \\ \hline 60 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

suma básica

2. ¿Qué datos se presentan?

la información del tema

3. ¿De qué trata el problema?

de suma y de Pepe y Luis

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

una suma básica porque no hay más que hacer

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

suma básica es lo único

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

porque me dio el resultado principal y es sensillo

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si estoy satisfecho la operación

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no tube dificultad en nada

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

viendo el conocimiento leyendo etc

Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura.



¿Cuál es la altura total de los cuatro pisos del edificio?

- A. 11 metros.
- B. 12 metros.
- ☒ C. 13 metros.
- D. 14 metros.

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 + 3 \\
 3 \\
 3 \\
 \hline
 13 \text{ metros de altura}
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

suma básica

2. ¿Qué datos se presentan?

la altura y demás

3. ¿De qué trata el problema?

de suma y de un edificio

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

una suma básica

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

suma básica y ya

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

porque me dio el valor principal

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si estoy satisfecha con

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no tube dificultad

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

Pensando y resolviendo

Los costos de las entradas al circo se presentan en la siguiente tabla:

ENTRADA AL CIRCO	
	Costo
Adulto	\$ 6.000
Niño	\$ 4.000

¿Cuánto deben pagar 5 adultos para entrar en el circo?

- A. \$ 6.000  
 B. \$10.000  
 C. \$20.000  
 D. \$30.000

## OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 6 \\ \hline 30 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

multiplicación

2. ¿Qué datos se presentan?

la tarifa

3. ¿De qué trata el problema?

de multiplicación

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

una multiplicación

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

multiplicación

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

porque es sencillo

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?



sí estoy satisfecha

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no tube

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

pensando y leyendo

Un grupo de niños pagó en total por las entradas al circo \$24.000. ¿Cuántos niños formaban el grupo?

- ☒ A. 6
- ☐ B. 8
- ☐ C. 10
- ☐ D. 12

OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 4 \\ \hline 24 \end{array}$$

2. ¿Qué datos se presentan?

valor y pregunta

3. ¿De qué trata el problema?

multiplicación

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

una multiplicación

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

multiplicación

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

porque es básico y me da así

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

sí y es la A

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no tube ninguna

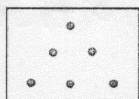
10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

con calma y paciencia

Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura que corresponde a la posición 3.



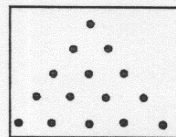
Posición 1



Posición 2

?

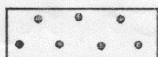
Posición 3



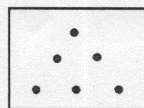
Posición 4

¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?

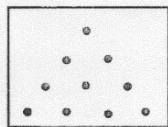
A.



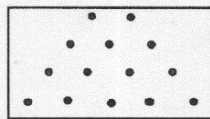
B.



C.



D.



OPERACIÓN



1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
observar bien
2. ¿Qué datos se presentan?  
las figuras
3. ¿De qué trata el problema?  
de figuras y concentración
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
ver con atención
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
atención paciencia
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?  
por el orden
7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?  
si es la C
8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

un poco

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

viendo con atención

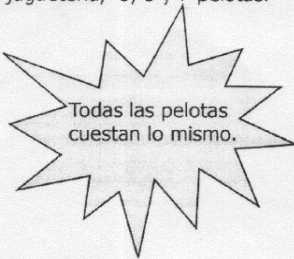


## Anexo H. Instrumento final E 2.

## SITUACIONES PROBLEMA

La siguiente tabla muestra cuánto cuestan, en una juguetería, 3, 5 y 7 pelotas.

Cantidad de pelotas	Costo
3	\$3.600
5	\$6.000
7	\$8.400



Todas las pelotas  
cuestan lo mismo.

¿Cuánto cuesta una pelota?

- A. \$1.000  
 B. \$1.200  
 C. \$3.600  
 D. \$8.400

## OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 1200 \\ +1200 \\ 1200 \\ \hline 3600 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

Sumar todos todos y sumar 3 veces  
y la que de 3600, 6000, y 8400  
es la respuesta correcta.

2. ¿Qué datos se presentan?

que 3 pelotas valen 3600, 5 pelotas valen  
6000 y 7 pelotas valen 8400

3. ¿De qué trata el problema?

de que cuanto valen las pelotas

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

1. Sumo 1200 3 veces para que me de el resultado

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

Sumar 3 veces o multiplicar también 3 veces

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

sumándolo varias veces más y si me da siempre el valor está bien

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si. Porque el problema es de sumar o también de multiplicar

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no porque es a via los procedimientos  
sumar

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

avía los procedimientos

Observa el siguiente aviso:

El precio de un lápiz: \$600

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices?

A.

Número de lápices	Precio (\$)
2	600
3	700
4	800

B.

Número de lápices	Precio (\$)
2	620
3	630
4	640

C.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	1.800
4	2.400

D.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	2.400
4	4.800

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 2 \times 600 \\ \hline 1200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \times 600 \\ \hline 1800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \times 600 \\ \hline 2400 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

Verificar la respuesta correcta, y sumando  
600 en 600

2. ¿Qué datos se presentan?



sobre cuanto vale

3. ¿De qué trata el problema?

de saber cuanto vale 2 lapices y 3 lapices  
y 4 lapices

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

sumar en 600 en 600

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

sumar y multiplicar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

sumando

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

sí, porque me dan los resultados principales

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

sí

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

sí no me daban los resultados

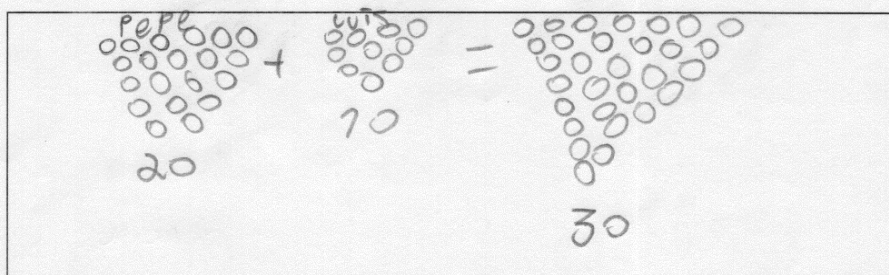
10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

sumando

Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.
- B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.
- ☒ C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.
- D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

#### OPERACIÓN



1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

Sumar

2. ¿Qué datos se presentan?

sobre Pepe y Luis re unen 30 canicas  
y Pepe tiene el doble de Luis

3. ¿De qué trata el problema?

sobre sumar 30 canicas

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

sumar y multiplicar

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

sumar y multiplicar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

volver a sumar varias veces

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

la C que tiene el doble de canchales que los otros y recolectar 30 canchales

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no tuve ninguna porque me dio el resultado

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

yo me sabía todo

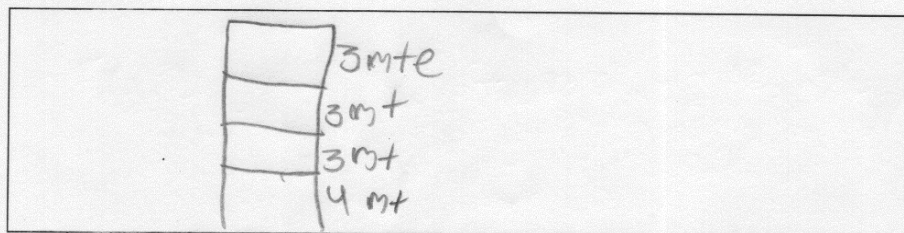
Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura.



¿Cuál es la altura total de los cuatro pisos del edificio?

- A. 11 metros.
- B. 12 metros.
- ☒ C. 13 metros.
- D. 14 metros.

#### OPERACIÓN



1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
de sumar todos los metros
2. ¿Qué datos se presentan?  
de los metros de un edificio
3. ¿De qué trata el problema?  
de un edificio que el primer piso mide 4m.  
y los otros tres son de 3m
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
sumar
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
sumar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

sumando varios veces

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Si la respuesta ya está hecha

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

No ya me lo sabía todo

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

ya me lo sabía

Los costos de las entradas al circo se presentan en la siguiente tabla:

ENTRADA AL CIRCO	
	Costo
Adulto	\$ 6.000
Niño	\$ 4.000

¿Cuánto deben pagar 5 adultos para entrar en el circo?

- A. \$ 6.000  
 B. \$10.000  
 C. \$20.000  
 D. \$30.000



## OPERACIÓN

$$6000 + 6000 + 6000 + 6000 + 6000 = 30.000$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

multiplicando

2. ¿Qué datos se presentan?

sobre la entrada de un cinco

3. ¿De qué trata el problema?

sobre una multiplicación

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

multiplicando

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

la multiplicación

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

volviendo a multiplicar varias veces

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

la D

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no ya lo sabía

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

ya lo sabía

Un grupo de niños pagó en total por las entradas al circo \$24.000. ¿Cuántos niños formaban el grupo?

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12

#### OPERACIÓN

$$4.000 + 4.000 + 4.000 + 4.000 + 4.000$$

$$4.000 = 24.000$$

usar el resultado

2. ¿Qué datos se presentan?

sobre niños que pagaron para ir al circo

3. ¿De qué trata el problema?

de jugar cuantos niños iban

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

restar, sumar y multiplicar

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

restar sumar y multiplicar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

multiplicando otra vez

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

la a

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no ya la sabía

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

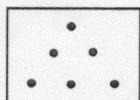
ya lo sabía



Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura que corresponde a la posición 3.



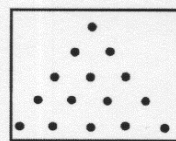
Posición 1



Posición 2

?

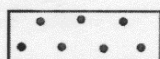
Posición 3



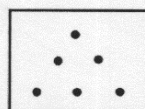
Posición 4

¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?

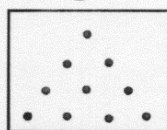
A.



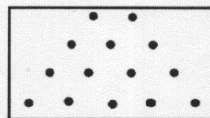
B.



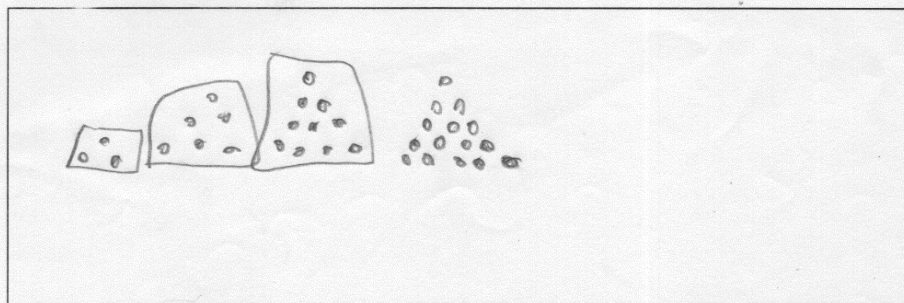
C.



D.



### OPERACIÓN



1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

buscar la posición 3

2. ¿Qué datos se presentan?

10 figuras

3. ¿De qué trata el problema?

de figuras

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

medir lo

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

sumar multiplicar y restar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

volviendo a ser las operaciones

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

la C

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no ya la sabía

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

ya lo sabía



## Anexo I. Instrumento final E 3.

## SITUACIONES PROBLEMA

La siguiente tabla muestra cuánto cuestan, en una juguetería, 3, 5 y 7 pelotas.

Cantidad de pelotas	Costo
3	\$3.600
5	\$6.000
7	\$8.400

Todas las pelotas  
cuestan lo mismo.

¿Cuánto cuesta una pelota?

- A. \$1.000  
☒ B. \$1.200  
 C. \$3.600  
 D. \$8.400

## OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 1.200 \\
 1.200 \\
 +1.200 \\
 \hline
 3.600
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

sumar 3 veces 1.200

2. ¿Qué datos se presentan?

el costo de las pelotas

3. ¿De qué trata el problema?

de sumar y de escribir el resultado



4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

yo voy a sumar 3 veces 7.200

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

la suma, multiplicación y la cantidad

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

porque yo voy a sumar y medio

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si, porque yo la sume y medio el resultado

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

claro que no se me yso facilisimo

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

eso solo era sumar 7.200 3 veces

Observa el siguiente aviso:

El precio de un lápiz: \$600

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices?

A.

Número de lápices	Precio (\$)
2	600
3	700
4	800

B.

Número de lápices	Precio (\$)
2	620
3	630
4	640

C.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	1.800
4	2.400

D.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	2.400
4	4.800

OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 210 \quad 600 \\
 +600 \\
 \hline
 1.200
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 600 \\
 600 \\
 +600 \\
 \hline
 1.800
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 600 \\
 600 \\
 600 \\
 +600 \\
 \hline
 2.400
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

sumar o multiplicar

2. ¿Qué datos se presentan?

el costo de los idises

3. ¿De qué trata el problema?

de sumar o multiplicar

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

sumar o multiplicar las operaciones básicas

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

la suma o la multiplicación

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

yo la sume y medio correctamente

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

claro que sí porque yo ya la use

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no daba ninguna dificultad

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

para mí se me hizo facilísimo



Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.  
 B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.  
 C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.  
☒ D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

#### OPERACIÓN

pepe 30 $\begin{array}{r} +30 \\ \hline 60 \end{array}$	Luis 30 $\begin{array}{r} +30 \\ \hline 30 \end{array}$
--	--

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

sumar

2. ¿Qué datos se presentan?

la cantidad de canicas

3. ¿De qué trata el problema?

desumar

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

sumar 30 y 30

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

ninguna

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

es correcto porque vale la suma

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

se muy seguro

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no ninguna

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

no había ninguna dificultad

Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura.

¿Cuál es la altura total de los cuatro pisos del edificio?

- A. 11 metros.
- B. 12 metros.
- ☒ C. 13 metros.
- D. 14 metros.

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ 3 \\ +4 \\ \hline 13 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

sumar

2. ¿Qué datos se presentan?

el metro del edificio

3. ¿De qué trata el problema?

desuma

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

suma a veres mas 4

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

la suma



6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

porque ya

7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si porque ya id se

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

No ninguna dificultad

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

No abiendo ninguna dificultad

Los costos de las entradas al circo se presentan en la siguiente tabla:

ENTRADA AL CIRCO	
	Costo
Adulto	\$ 6.000
Niño	\$ 4.000

¿Cuánto deben pagar 5 adultos para entrar en el circo?

- A. \$ 6.000  
 B. \$10.000  
 C. \$20.000  
 D. \$30.000



## OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 \text{sume } 6.000 \quad 30.000 \\
 6.000 \\
 6.000 \\
 6.000 \\
 6.000 \\
 + 6.000 \\
 \hline
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
suma
2. ¿Qué datos se presentan?  
la entrada del circo
3. ¿De qué trata el problema?  
del circo
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
suma
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
la suma
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?  
porque la use y me queda bien
7. ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?

claro que si

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no ninguna dificultad

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

no nada dificultad

Un grupo de niños pagó en total por las entradas al circo \$24.000. ¿Cuántos niños formaban el grupo?

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 4.000 \\
 4.000 \\
 4.000 \\
 4.000 \\
 4.000 \\
 \hline
 24.000
 \end{array}$$

las 4 ma

2. ¿Qué datos se presentan?

los niños en el circo

3. ¿De qué trata el problema?

de suma

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

sumar

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

sumar o multiplicar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

si está bien porque me dio

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si claro que si

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

No ninguna

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

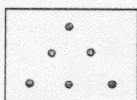
No abian



Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura que corresponde a la posición 3.



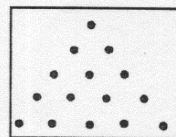
Posición 1



Posición 2

?

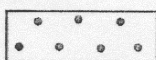
Posición 3



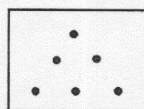
Posición 4

¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?

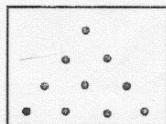
A.



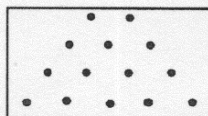
B.



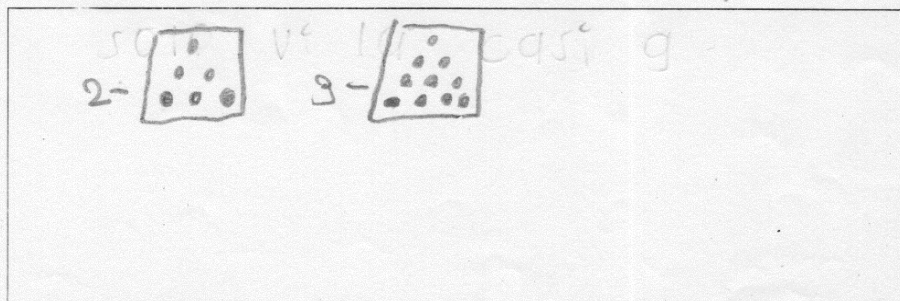
C.



D.



OPERACIÓN



1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
observa la secuencia de Figuras  
Por cada dotación. en esta se  
conoce falta la figura que  
corresponde a la posición.
2. ¿Qué datos se presentan?  
dotación
3. ¿De qué trata el problema?  
de dominos
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
ver los dominos
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
ver los dominos
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?  
si yo se que esta bien
7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?  
claro que si
8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

no ninguna

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

no tuve ninguna dificultad



## Anexo J. Instrumento final E 4.

**SITUACIONES PROBLEMA**

La siguiente tabla muestra cuánto cuestan, en una juguetería, 3, 5 y 7 pelotas.

Cantidad de pelotas	Costo
3	\$3.600
5	\$6.000
7	\$8.400

Todas las pelotas cuestan lo mismo.

¿Cuánto cuesta una pelota?

A. \$1.000  
☒ B. \$1.200  
 C. \$3.600  
 D. \$8.400

**OPERACIÓN**

$$\begin{array}{r}
 1.200 + 1.200 \\
 + 1.200 \\
 \hline
 3.600
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
uno tiene que sumar para saber la respuesta
2. ¿Qué datos se presentan?  
el precio de las pelotas
3. ¿De qué trata el problema?  
de cuánto cuesta una pelota o también en una suma

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

Sumar tres veces 1.200 da 3.600 entonces el precio de una pelota es 1.200

5. ¿Qué operaciones considera necesarios para resolver el problema?

Sumar multiplicar

dividir

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

por que si uno suma 3 veces 1.200 da 3.600 el precio de tres pelotas entonces una vale 1.200

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

quede satisfecho porque creo que es la solución

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si un la respuesta es correcta

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

si porque uno tend que sumar todas las respuestas para saber

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

sumando bien mirando bien las respuestas

Observa el siguiente aviso:

El precio de un lápiz: \$600

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices?

A.

Número de lápices	Precio (\$)
2	600
3	700
4	800

B.

Número de lápices	Precio (\$)
2	620
3	630
4	640

C.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	1.800
4	2.400

D.

Número de lápices	Precio (\$)
2	1.200
3	2.400
4	4.800

OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 600 \\
 600 \\
 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 2400
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 600 \\
 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 1800
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 600 \\
 + 600 \\
 \hline
 1200
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

Sumar 4 veces 600 y da 2400

2. ¿Qué datos se presentan?

## Número de lapices y precio

3. ¿De qué trata el problema?

de sumar para encontrar el resultado

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

sumar 4 veces 600 o 3 veces o dos veces

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

sumar o multiplicar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

porque 4 veces 600 da 2400  
y 3 veces 800 da 2400

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

que de sustitución por que me parece que está bien

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

si por

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

si porque abian números muy largos

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

viendo bien los números y sumando y multiplicando

Pepe tiene el doble de canicas que Luis y entre los dos reúnen 30 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pepe y cuántas canicas tiene Luis?

- A. Pepe tiene 6 canicas y Luis tiene 5 canicas.  
☒ B. Pepe tiene 15 canicas y Luis tiene 15 canicas.  
 C. Pepe tiene 20 canicas y Luis tiene 10 canicas.  
 D. Pepe tiene 60 canicas y Luis tiene 30 canicas.

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 15 \\ +15 \\ \hline 30 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

Sumar 2 veces 15

2. ¿Qué datos se presentan?

Cuántas canicas tiene Pepe cuántas tiene Luis

3. ¿De qué trata el problema?

de sumar dos veces 15 o multiplicar 15 x 2

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

sumar y multiplicar

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

Suma y multiplicar 15 dos veces

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

Porque 15 15 son 30

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

Satisfecho por que creo que esta bien

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

uno no sabia la respuesta

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

Pensando bien creyendo en mi

Un edificio tiene cuatro pisos. La altura del primer piso es 4 metros; los otros tres pisos tienen cada uno 3 metros de altura.



¿Cuál es la altura total de los cuatro pisos del edificio?

- A. 11 metros.
- B. 12 metros.
- ☒ C. 13 metros.
- D. 14 metros.

#### OPERACIÓN

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ + 3 \\ \hline 13 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la pregunta/problema planteado?

uno tiene que sumar  $4 + 3 + 3 + 3$

2. ¿Qué datos se presentan?

los metros de el edificio

3. ¿De qué trata el problema?

de cuanto mide un edificio

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

sumar todos los números

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

sumar, multiplicar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?

por que  $4+3+3+3$  serian  
13

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

satisfecho por que creo  
que esta bien

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

tenia que sumar pero estaba  
facil

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

Pensando en mi y haciendolo  
bien

Los costos de las entradas al circo se presentan en la siguiente tabla:

ENTRADA AL CIRCO	
	Costo
Adulto	\$ 6.000
Niño	\$ 4.000

¿Cuánto deben pagar 5 adultos para entrar en el circo?

- A. \$ 6.000  
B. \$10.000  
C. \$20.000  
D. \$30.000

## OPERACIÓN

$$\begin{array}{r}
 6.000 \\
 6.000 \\
 6.000 \\
 6.000 \\
 6.000 \\
 6.000 \\
 \hline
 30.000
 \end{array}$$

1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?  
tiene que multiplicar para  
saber cuánto vale
2. ¿Qué datos se presentan?  
entrada a un circo si  
el niño y el adulto
3. ¿De qué trata el problema?  
cuánto vale la entrada  
de 5 adultos 30.000
4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?  
sumar 5 veces 6.000
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?  
sumar, multiplicar
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución  
 planteado es correcto?  
por que 5 veces 6.000 son  
30.000
7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

estoy satisfecho por que  
creo que estan bien

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

los eran muy largas  
pero lo hice

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

pensando en mi creyendo en mi

Un grupo de niños pagó en total por las entradas al circo \$24.000. ¿Cuántos niños formaban el grupo?

- A. 6
- B. 6
- C. 10
- D. 12

OPERACION:

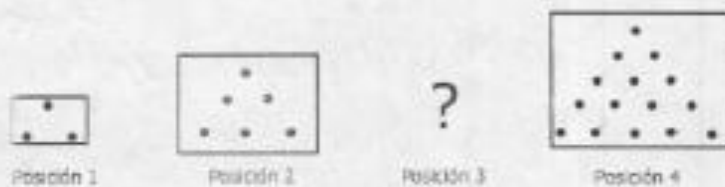
$\begin{array}{r} 6 \\ \times 4 \\ \hline 24 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6.000 \\ \times 4 \\ \hline 24.000 \end{array}$
---	---

2. ¿Qué datos se presentan?

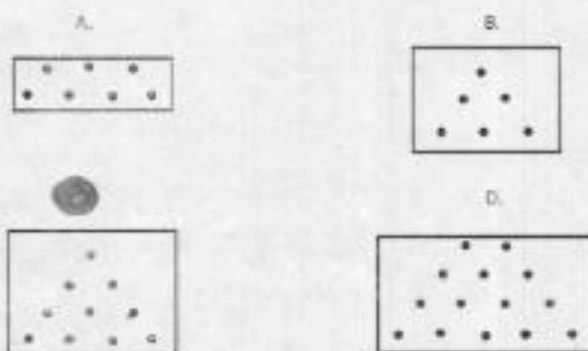
un grupo niños pago para  
entrar al circo

- de cuantos niños era el grupo
3. ¿De qué trata el problema?
- de cuantos niños era el grupo  
de 6
4. ¿Qué ideas tiene para solucionar el problema?
- sumar multiplicar
5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?
- sumar, multiplicar
6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución realizado es correcto?
- por que  $6 \times 4 = 24$
7. ¿La respuesta satisface lo establecido en el problema?
- satisfecho por que creo  
que esta bien
8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?
9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?
- no porque era facil
10. ¿Cómo logró superar las dificultades?
- pensando en mi

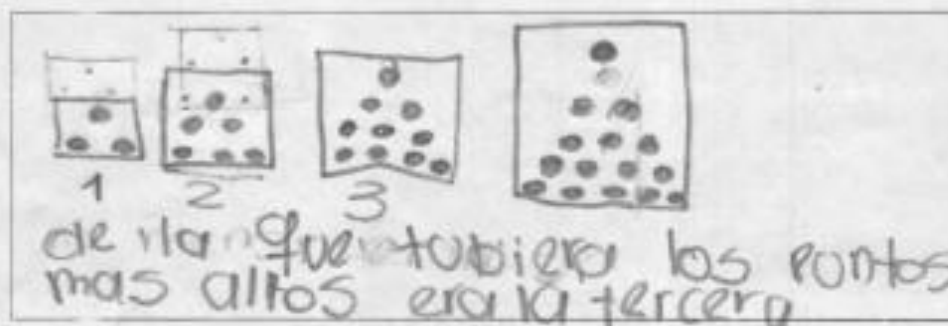
Observa la secuencia de figuras formadas por puntos. En esta secuencia falta la figura que corresponde a la posición 3.



¿Cuál es la figura que corresponde a la posición 3?



OPERACIÓN





1. ¿Qué se solicita en la situación problema planteado?

observa la secuencia de  
figuras formadas por puntos  
en esa secuencia falta la figura  
que corresponde posición 3

2. ¿Qué datos se presentan?

unas figuras

3. ¿De qué trata el problema?

encuentra la figura 3

4. ¿Qué idea tiene para solucionar el problema?

menor al mayores puntos

5. ¿Qué operaciones considera necesarias para resolver el problema?

Dibujar

6. ¿Cómo puede demostrar o probar que el procedimiento de solución  
realizado es correcto?

por que cre que es de menor  
a mayor

7. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

estoy satisfecho por que  
cre que esta bien

8. ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?

9. ¿Se tuvo alguna dificultad para resolver el problema? ¿cuál?

Si encontrar la figura

10. ¿Cómo logró superar las dificultades?

pensando en mí, creyendo en mí